

Вопросы к теорзачёту по алгоритмам

ЛКШ.2024.август, 10-ая группа

Общая информация

- Конспект по темам Серёжи доступен в телеграм-чате, остальные лекторы скидывали ссылки на CF и подобное, оно всё тоже хранится в телеграм-чате.
- (a) простые темы.
- (b) среднее-сложные темы.
- (c) адово-сложные темы.
- (+) темы, не разобранные на лекциях, но существующие в конспектах.

Оптимизации динамики

- (a) 1. Convex-Hull-Trick ; Divide & Conquer ; Оптимизация Кнута ; Li Chao Tree.
- (b) 2. Неравенство четырёхугольника ; λ -оптимизация и восстановление ответа.
- (b) 3. 1d1d
- (a) 4. Slope-Trick
- (b) 5. SMAWK

FFT

- (a) 6. Рекурсивная и нерекурсивная реализации. Оптимизации: предподсчёт; кеш; отсутствие копирований; отсутствие обратного хода рекурсии; число комплексных умножений $\rightarrow \min$.
- (a) 7. Обоснование обратного FFT.
- (b) 8. Деление с остатком за $\mathcal{O}(n \log n)$.
- (b) 9. Вычисление значения в точках за $\mathcal{O}(n \log^2 n)$, интерполяция за $\mathcal{O}(n \log^2 n)$.
- (a) 10. Смена системы счисления за $\mathcal{O}(n \log^2 n)$.
- (b) 11. Вычисление значения линейной рекурренты длины k за $\mathcal{O}(k \log k \log n)$.

Splay и Link-Cut

- (a) 12. Euler-Tour-Tree: link/cut/isConnected.
- (a) 13. Метод потенциалов: дек минимумов.
- (b) 14. Splay дерево: splay/insert/delete/split/merge; амортизированное время $3(\log size_b - \log size_a)$.
- (b) 15. Link-Cut-Tree: expose/makeRoot/link/cut/minOnPath.
- (b) 16. Link-Cut-Tree: оценка времени работы $\mathcal{O}(n + m \log n)$ операций с bst.
- (+) 17. Продвинутая оценка для Link-Cut-Tree: $\mathcal{O}((n + m) \log n)$ на сумму всех splay.

Строки

- (a) 18. Сортировка строк за линейное время.
- (b) 19. BWT и BWT^{-1} за линейное время.
- (a) 20. Обоснование, почему BWT + RLE успешно сжимают данные.
- (b) 21. Суффиксное дерево, алгоритм Укконена, оценка времени работы.
- (a) 22. Суффиксный автомат: определение, правые контексты, обоснование минимальности.
- (c) 23. Суффиксный автомат: построение за $\mathcal{O}(n)$, оценка времени работы.
- (+) 24. Суффиксный автомат: оценка $3n$ на число рёбер
- (a) 25. LZSS: алгоритм сжатия данных, реализация за $\mathcal{O}(n)$.

- (a) 26. max общая подстрока, max рефрен суффавтоматом.

Потоки, паросочетания

- (a) 27. Масштабирование потока за $\mathcal{O}(E^2 \log U)$. Обоснование.
(b) 28. Карзанов: оценки $\mathcal{O}(EV^{1/2})$ на паросочетание, $\mathcal{O}(E^{3/2})$ на мультисочетание.
(b) 29. Preflow-push-relabel: общая схема; оценка $\mathcal{O}(nm)$ на почти все операции; версия за $\mathcal{O}(n^3)$.
(b) 30. Preflow-push-relabel: global relabeling, алгоритм за $\mathcal{O}(nm)$ без доказательства времени работы.
(b) 31. Вершинное покрытие минимального веса в двудольном графе за $\mathcal{O}(flow)$.
(c) 32. Техники разрезов: задача работы-и-инструменты; задача подграф-max-степени.
(b) 33. LR-circulation; LR-flow; LR-max-flow.
(a) 34. Mincost-flow: обоснование алгоритма за $\mathcal{O}(|f| \cdot FordBellman)$; потенциалы; Дейкстра.
(a) 35. Сводим mincost-flow, mincost-max-flow, mincost-k-flow к circulation; решаем её Клейном.
(b) 36. Алгоритм Capacity-Scaling, оценка $\mathcal{O}(m(m + n \log n) \log U)$.
(c) 37. Алгоритм Cost-Scaling, оценка ε , оценка времени работы.
(b) 38. Венгерка. Реализация за $\mathcal{O}(n^4)$, $\mathcal{O}(n^3)$, $\mathcal{O}(mn \log n)$.
(a) 39. Паросочетания в произвольном графе: леммы о дополняющем пути, о корректности Куна; алгоритм Эдмондса сжатия соцветия. Корректность.
(c) 40. Реализация Габова за $\mathcal{O}(n^3)$.

Сливаемые структуры

- (a) 41. Задача про сортировку отрезка: решение через treap.
(b) 42. Задача про сортировку отрезка: решение через dynamic-range-tree.
(a) 43. Leftist heap. Skew heap.
(c) 44. k -й путь за $\mathcal{O}((k + n + m) \cdot \log n)$.

Теория Чисел

- (a) 45. Простейшая факторизация: Поллард за $\mathcal{O}(n^{1/4} \log n)$ и за $\mathcal{O}(n^{1/4})$, метод через факториал.
(b) 46. Крайчик: k -гладкие числа; общее описание алгоритма.
(c) 47. Крайчик: оптимизации. Битсеты, квадратные корни, решето, оптимизация памяти, оценка времени работы $\mathcal{O}(k^2 + m \log \log k)$, где k – число простых, m – кол-во рассмотренных y -ков.
(b) 48. Извлечение корня по простому модулю за $\mathcal{O}(\log p)$.
(b) 49. Корневые: дискретное логарифмирование, извлечение корня за корень.
(b) 50. Извлечение корня большой степени. Поиск первообразного. Проверка первообразного.
(a) 51. Обратные к первым k простым от 1 до k .
(a) 52. Евклид. Расширенный. $ax + by = \gcd(a, b)$.
(b) 53. Евклид. Решение задачи $\min x: ax \leq b \pmod p$.
(c) 54. Евклид. Решение задачи $a^2 + b^2 = n$ для простых n .

Теорсеминар

- (a) 55. Поиск 2 непересекающихся \nearrow подпоследовательностей за $\mathcal{O}(n^2)$ с восстановлением ответа.
(b) 56. Минимальное по диаметру подмножество размера k .
(a) 57. Расстояние Левенштейна для ограниченного ответа.

Свёртки

- (a) 58. OR-свертка через перемножение многочленов.

- (b) 59. Значение подстановки $\{0, 1\}^n$ в многочлен: SOS-dp.
- (b) 60. Модификации для AND-свертки и XOR-свертки.
- (c) 61. Subset-convolution, введение ε , многочлены от ε . Разбор задачи 3466.

Графы

- (a) 62. 3-связность за $\mathcal{O}(m)$.
- (c) 63. Дерево доминаторов.
- (+) 64. Алгоритм двух китайцев для ориентированного MST за $\mathcal{O}(m \log n)$.

Геометрия

- (a) 65. СHT $ax + by \rightarrow \min$.
- (a) 66. Сумма Минковского. Расстояние между выпуклыми многоугольниками.
- (a) 67. Вращающиеся каллиперы.
- (+) 68. Касательная к выпуклому многоугольнику из точки: доказательство.
- (a) 69. Пара ближайших точек за $\mathcal{O}(n)$.
- (c) 70. Рандом от Дениса: обобщение мин. диска и пересечения полуплоскостей
- (b) 71. Вращающийся сканлайн
- (b) 72. Триангуляция за $\mathcal{O}(n^2)$ с полным доказательством