

## Problem A. Произведение матриц

Input file: mmul.in  
Output file: mmul.out  
Time limit: 2 секунды  
Memory limit: 256 мегабайт

Произведением матриц  $A$  и  $B$  размера  $p \times q$  и  $q \times r$ , соответственно, называется матрица  $C$  размера  $p \times r$ , элементы которой вычисляются по формуле:

$$C_{i,j} = \sum_{k=1}^q A_{i,k} \cdot B_{k,j}$$

По данным матрицам  $A$  и  $B$  найдите их произведение.

### Input

В первой строке входного файла заданы через пробел три целых числа  $p$ ,  $q$  и  $r$  ( $1 \leq p, q, r \leq 100$ ). В следующих  $p$  строках записана матрица  $A$ ; каждая из этих строк содержит  $q$  целых чисел, разделённых пробелами. Наконец, в последних  $q$  строках записана матрица  $B$ ; каждая из этих строк содержит  $r$  целых чисел, разделённых пробелами. Элементы матриц не превосходят 100 по абсолютной величине.

### Output

В выходной файл выведите матрицу  $C$ :  $p$  строк, в каждой из которых  $r$  чисел через пробел.

### Examples

mmul.in	mmul.out
2 2 2 1 0 0 1 1 0 0 1	1 0 0 1
1 3 1 1 2 3 -1 -2 -3	-14
3 2 4 0 1 1 0 0 1 2 1 0 0 1 1 2 1	1 1 2 1 2 1 0 0 1 1 2 1

## Problem B. Степень матрицы

Input file: mpow.in  
Output file: mpow.out  
Time limit: 5 секунд  
Memory limit: 256 мегабайт

Задана квадратная матрица  $n \times n$ . Нужно возвести ее в степень  $m$

### Input

В первой строке задано три целых числа  $n$ ,  $m$  и  $p$  ( $1 \leq n \leq 100$ ,  $0 \leq m \leq 10^{18}$ ,  $2 \leq p \leq 10^9$ ). Далее задана матрица:  $n$  строк по  $n$  целых чисел. Все числа в матрице неотрицательны и меньше  $p$ .

### Output

Выведите матрицу:  $n$  строк по  $n$  чисел, каждое число — остаток от деления элемента на  $p$

### Examples

mpow.in	mpow.out
3 5 239 1 0 1 1 2 0 3 2 1	120 92 56 102 84 46 21 204 120
5 10 27 1 2 3 4 5 5 4 3 2 1 11 12 13 14 15 15 14 13 12 11 1 11 1 11 1	2 5 7 10 12 16 19 26 2 9 5 9 26 3 20 19 23 18 22 17 12 22 9 19 6

## Problem C. Линейные уравнения по модулю

Input file: стандартный ввод  
Output file: стандартный вывод  
Time limit: 1 секунда  
Memory limit: 256 мегабайт

Система линейных уравнений по простому модулю  $p = 998244353$ , как всем известно, есть множество уравнений

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + \dots + a_{1n}x_n &= b_1 \pmod{p} \\ &\dots \\ a_{n1}x_1 + \dots + a_{nn}x_n &= b_n \pmod{p} \end{aligned}$$

Ваша задача — решить её.

### Input

В первой строке входного файла записано одно целое число  $n$  ( $1 \leq n \leq 20$ ). В следующих  $n$  строках записано по  $n + 1$  целых чисел:  $a_{i1}, \dots, a_{in}, b_i$ . Все эти числа от 0 до 998244352 включительно.

### Output

Первая строка выходного файла должна содержать одно из следующих сообщений:

- `impossible` — решений нет
- `multiple` — больше одного решения.
- `single` — единственное решение. В этом случае вторая строка должна содержать  $n$  чисел  $x_1, \dots, x_n$ , разделенных пробелами. Решение должно быть выведено с точностью не менее трех знаков после десятичной точки.

### Examples

стандартный ввод	стандартный вывод
3 1 0 0 1 0 1 0 2 0 0 1 3	single 1 2 3
3 3 0 1 2 1 2 2 0 4 2 3 2	multiple
3 3 1 4 4 0 1 3 3 3 2 7 11	impossible

## Problem D. Обобщенные числа фибоначчи

Input file:            fibonacci.in  
Output file:           fibonacci.out  
Time limit:            2 секунды  
Memory limit:         256 мегабайт

Мы чуть-чуть обобщили для вас последовательность Фибоначчи, теперь:

$$f_1 = f_2 = 1$$

$$f_i = a \cdot f_{i-1} + b \cdot f_{i-2} + c \cdot 2^i + d \cdot i + e, \text{ для } i > 2$$

Дано  $n$ , найдите значение  $f_n$ , взятое по модулю  $10^9 + 7$ .

### Input

Неотрицательные целые числа:  $a, b, c, d, e, n$ . ( $0 \leq a, b, c, d, e \leq 10^9$ ;  $1 \leq n \leq 10^{18}$ )

### Output

Выведите  $f_n$ , взятое по модулю  $10^9 + 7$ .

### Examples

fibonacci.in	fibonacci.out
1 1 0 0 0 8	21
1 2 3 4 5 6	775

## Problem E. Гладкие числа

Input file: smooth.in  
Output file: smooth.out  
Time limit: 2 секунды  
Memory limit: 256 мегабайт

Назовем число гладким, если его соседние цифры по модулю различаются не более чем на 1. Для данного  $N$  определите количество гладких чисел, имеющих длину  $N$ .

### Input

На вход программы поступает количество цифр  $N \leq 10^9$ .

### Output

Выведите ответ по модулю  $10^9 + 7$ .

### Examples

	smooth.in	smooth.out
1		9

## Problem F. ПСП для бедных

Input file: rbs.in  
Output file: rbs.out  
Time limit: 2 секунды  
Memory limit: 256 мегабайт

В новом году Миша решил создать новую традицию: каждый день он будет украшать свой дом изготовленной на заказ правильной скобочной последовательностью, состоящей из  $n$  пар круглых скобок. Разумеется, ни в какой из дней Миша не будет покупать последовательность, которую он уже покупал ранее.

Система ценообразования в компании, изготавливающей правильные скобочные последовательности, довольно необычная: цена скобочной последовательности в евро равна максимальной глубине вложенности скобок в ней. Иными словами, стоимость последовательности в евро равна максимальной разности количества открывающих и закрывающих скобок на каком-либо ее префиксе.

Миша решил, что готов тратить не более  $k$  евро на каждую из последовательностей. Помогите ему определить, сколько дней сможет длиться новая традиция. Иными словами, посчитайте количество правильных скобочных последовательностей из  $n$  пар скобок, глубина вложенности которых не превосходит  $k$ . Так как это число может быть очень большим, выведите его остаток от деления на  $10^9 + 7$ .

### Input

Единственная строка входных данных содержит два целых числа  $k$  и  $n$  — максимальная допустимая глубина вложенности и количество пар скобок в последовательности ( $1 \leq k \leq 50$ ,  $1 \leq n \leq 10^{18}$ ,  $k \leq n$ ).

### Output

Выведите одно число — количество правильных скобочных последовательностей из  $n$  пар скобок, глубина вложенности которых не превосходит  $k$ , по модулю  $10^9 + 7$ .

### Examples

rbs.in	rbs.out
2 3	4

### Note

В тесте из условия Мише подойдут все правильные скобочные последовательности из 3 пар скобок, кроме «((( )))», стоимость которой составляет 3 евро.

## Problem G. Плавные числа

Input file: `numbers.in`  
Output file: `numbers.out`  
Time limit: 1 секунда  
Memory limit: 64 мегабайта

Назовём натуральное число плавным, если значения соседних цифр отличаются не более, чем на 1. Определите количество  $N$ -значных плавных чисел. Запись числа не может начинаться с цифры 0.

### Input

Программа получает на вход одно целое число  $N$  ( $1 \leq N \leq 20$ ).

### Output

Программа должна вывести одно целое число — искомое количество плавных чисел.

### Examples

<code>numbers.in</code>	<code>numbers.out</code>
2	26

## Problem H. Интересные числа

Input file:            стандартный ввод  
Output file:         стандартный вывод  
Time limit:          2 секунды  
Memory limit:        256 мегабайт

Софья считает число интересным, если его цифры идут в неубывающем порядке. Например, числа 123, 1111 или 888999 – интересные.

Софья заинтересовалась, сколько существует интересных положительных чисел, лежащих в диапазоне от  $L$  до  $R$  включительно. Это число может оказаться довольно большим для больших  $L$  и  $R$ , поэтому Софья хочет найти остаток от деления этого числа на  $10^9 + 7$ .

Требуется написать программу, которая по заданным  $L$  и  $R$  определяет количество интересных чисел, лежащих в диапазоне от  $L$  до  $R$  включительно, и выводит остаток от деления этого числа на  $10^9 + 7$ .

### Input

Входной файл содержит две строки. Первая строка содержит число  $L$ , вторая строка содержит число  $R$  ( $1 \leq L \leq R \leq 10^{100}$ ).

### Output

Выходной файл должен одно целое число — остаток от деления количества интересных чисел, лежащих в диапазоне от  $L$  до  $R$  включительно, на  $10^9 + 7$ .

### Examples

стандартный ввод	стандартный вывод
1 100	54