

Задача А. Произведение матриц

Имя входного файла: `mmul.in`
Имя выходного файла: `mmul.out`
Ограничение по времени: 2 секунды
Ограничение по памяти: 256 мегабайт

Произведением матриц A и B размера $p \times q$ и $q \times r$, соответственно, называется матрица C размера $p \times r$, элементы которой вычисляются по формуле:

$$C_{i,j} = \sum_{k=1}^q A_{i,k} \cdot B_{k,j}$$

По данным матрицам A и B найдите их произведение.

Формат входных данных

В первой строке входного файла заданы через пробел три целых числа p , q и r ($1 \leq p, q, r \leq 100$). В следующих p строках записана матрица A ; каждая из этих строк содержит q целых чисел, разделённых пробелами. Наконец, в последних q строках записана матрица B ; каждая из этих строк содержит r целых чисел, разделённых пробелами. Элементы матриц не превосходят 100 по абсолютной величине.

Формат выходных данных

В выходной файл выведите матрицу C : p строк, в каждой из которых r чисел через пробел.

Примеры

| <code>mmul.in</code> | <code>mmul.out</code> |
|--|-------------------------------|
| 2 2 2 1 0 0 1 1 0 0 1 | 1 0 0 1 |
| 1 3 1 1 2 3 -1 -2 -3 | -14 |
| 3 2 4 0 1 1 0 0 1 2 1 0 0 1 1 2 1 | 1 1 2 1 2 1 0 0 1 1 2 1 |

Задача В. Степень матрицы

Имя входного файла: mpow.in
Имя выходного файла: mpow.out
Ограничение по времени: 5 секунд
Ограничение по памяти: 256 мегабайт

Задана квадратная матрица $n \times n$. Нужно возвести ее в степень m

Формат входных данных

В первой строке задано три целых числа n , m и p ($1 \leq n \leq 100$, $0 \leq m \leq 10^{18}$, $2 \leq p \leq 10^9$).
Далее задана матрица: n строк по n целых чисел. Все числа в матрице неотрицательны и меньше p .

Формат выходных данных

Выведите матрицу: n строк по n чисел, каждое число — остаток от деления элемента на p

Примеры

| mpow.in | mpow.out |
|--|--|
| 3 5 239 1 0 1 1 2 0 3 2 1 | 120 92 56 102 84 46 21 204 120 |
| 5 10 27 1 2 3 4 5 5 4 3 2 1 11 12 13 14 15 15 14 13 12 11 1 11 1 11 1 | 2 5 7 10 12 16 19 26 2 9 5 9 26 3 20 19 23 18 22 17 12 22 9 19 6 |

Задача С. Пилообразные последовательности

Имя входного файла: `sawtooth-sequences.in`
Имя выходного файла: `sawtooth-sequences.out`
Ограничение по времени: 2 секунды
Ограничение по памяти: 64 мегабайта

Назовем последовательность пилообразной, если каждый ее элемент либо строго больше, либо строго меньше своих соседей. По данным числам n и k определите число пилообразных последовательностей длины n , составленных из чисел $1 \dots k$.

Формат входных данных

В первой и единственной строке заданы числа n и k . $n \leq 10^9$, $k \leq 10$.

Формат выходных данных

Выведите ответ по модулю $10^9 + 7$

Примеры

| <code>sawtooth-sequences.in</code> | <code>sawtooth-sequences.out</code> |
|------------------------------------|-------------------------------------|
| 3 3 | 10 |

Задача D. Последовательности из 0 и 1 без k одинаковых символов подряд

Имя входного файла: k-equal.in
Имя выходного файла: k-equal.out
Ограничение по времени: 2 секунды
Ограничение по памяти: 64 мегабайта

По данным натуральным n и k определите количество последовательностей длины n из 0 и 1, не содержащих k одинаковых символов подряд.

Формат входных данных

В первой и единственной строке заданы числа n и k . $n \leq 10^9$, $2 \leq k \leq n + 1$, $k \leq 31$. Ответ выведите по модулю $10^9 + 7$.

Формат выходных данных

Выведите ответ по модулю $10^9 + 7$

Примеры

| k-equal.in | k-equal.out |
|------------|-------------|
| 3 3 | 6 |
| 100 2 | 2 |

Задача Е. Обобщенные числа фибоначчи

Имя входного файла: `fibonacci.in`
Имя выходного файла: `fibonacci.out`
Ограничение по времени: 2 секунды
Ограничение по памяти: 256 мегабайт

Мы чуть-чуть обобщили для вас последовательность Фибоначчи, теперь:

$$f_1 = f_2 = 1$$

$$f_i = a \cdot f_{i-1} + b \cdot f_{i-2} + c \cdot 2^i + d \cdot i + e, \text{ для } i > 2$$

Дано n , найдите значение f_n , взятое по модулю $10^9 + 7$.

Формат входных данных

Неотрицательные целые числа: a, b, c, d, e, n . ($0 \leq a, b, c, d, e \leq 10^9$; $1 \leq n \leq 10^{18}$)

Формат выходных данных

Выведите f_n , взятое по модулю $10^9 + 7$.

Примеры

| fibonacci.in | fibonacci.out |
|--------------|---------------|
| 1 1 0 0 0 8 | 21 |
| 1 2 3 4 5 6 | 775 |

Задача F. Гладкие числа

Имя входного файла: `smooth.in`
Имя выходного файла: `smooth.out`
Ограничение по времени: 2 секунды
Ограничение по памяти: 256 мегабайт

Назовем число гладким, если его соседние цифры по модулю различаются не более чем на 1. Для данного N определите количество имеющих длину N .

Формат входных данных

На вход программы поступает количество цифр $N \leq 10^9$.

Формат выходных данных

Выведите ответ по модулю $10^9 + 7$.

Примеры

| <code>smooth.in</code> | <code>smooth.out</code> |
|------------------------|-------------------------|
| 1 | 9 |

Задача G. Квадратный корень

Имя входного файла: `sqroot.in`
Имя выходного файла: `sqroot.out`
Ограничение по времени: 2 секунды
Ограничение по памяти: 256 мегабайт

Введем в рассмотрение так называемые 0-1 матрицы размером 4 на 4. Такая матрица — это квадратная таблица, содержащая 16 чисел $a_{i,j}$ ($i = 1 \dots 4, j = 1 \dots 4$), каждое из которых равно 0 или 1.

Произведением двух матриц A и B называется матрица $A \cdot B = C$, элементы которой вычисляются по формуле $c_{i,j} = (\sum_{k=1}^4 a_{i,k} \cdot b_{k,j}) \bmod 2$. Квадратным корнем из матрицы A называется 0-1 матрица B , такая что $B \cdot B = A$.

Задана некоторая 0-1 матрица размера 4 на 4. Вычислите ее квадратный корень или установите, что его не существует.

Формат входных данных

Входной файл содержит четыре строки, каждая из которых содержит четыре числа (каждое из этих чисел — либо 0, либо 1). j -ое число i -ой строки соответствует элементу $a_{i,j}$ заданной матрицы A .

Формат выходных данных

Выведите в выходной файл квадратный корень из заданной матрицы в формате, аналогичном входному файлу. Если квадратного корня не существует — выведите в выходной файл `NO SOLUTION`. Если решений несколько, выведите любое.

Примеры

| <code>sqroot.in</code> | <code>sqroot.out</code> |
|--|--|
| 1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1 | 0 0 0 1 0 0 1 0 0 1 0 0 1 0 0 0 |
| 0 0 0 1 0 1 0 1 0 1 0 1 1 0 0 0 | NO SOLUTION |

Задача Н. Симпатичные узоры

Имя входного файла: `tilings.in`
Имя выходного файла: `tilings.out`
Ограничение по времени: 2 секунды
Ограничение по памяти: 64 мегабайта

Компания BrokenTiles планирует заняться выкладыванием во дворах у состоятельных клиентов узор из черных и белых плиток, каждая из которых имеет размер 1×1 метр. Известно, что дворы всех состоятельных людей имеют наиболее модную на сегодня форму прямоугольника $M \times N$ метров.

Однако при составлении финансового плана у директора этой организации появилось целых две серьезных проблемы: во первых, каждый новый клиент очевидно захочет, чтобы узор, выложенный у него во дворе, отличался от узоров всех остальных клиентов этой фирмы, а во вторых, этот узор должен быть симпатичным.

Как показало исследование, узор является симпатичным, если в нем нигде не встречается квадрата 2×2 метра, полностью покрытого плитками одного цвета.

Для составления финансового плана директору необходимо узнать, сколько клиентов он сможет обслужить, прежде чем симпатичные узоры данного размера закончатся. Помогите ему!

Формат входных данных

На первой строке входного файла находятся два положительных целых числа, разделенные пробелом — M и N ($1 \leq M \times N \leq 30$).

Формат выходных данных

Выведите в выходной файл единственное число — количество различных симпатичных узоров, которые можно выложить во дворе размера $M \times N$. Узоры, получающиеся друг из друга сдвигом, поворотом или отражением считаются различными.

Примеры

| <code>tilings.in</code> | <code>tilings.out</code> |
|-------------------------|--------------------------|
| 1 1 | 2 |
| 1 2 | 4 |
| 4 1 | 16 |
| 2 3 | 50 |

Задача I. Симпатичные узоры 2

Имя входного файла: nice2.in
Имя выходного файла: nice2.out
Ограничение по времени: 3 секунды
Ограничение по памяти: 256 мегабайт

Компания BrokenTiles планирует заняться выкладыванием во дворах у состоятельных клиентов узор из черных и белых плиток, каждая из которых имеет размер 1×1 метр. Известно, что дворы всех состоятельных людей имеют наиболее модную на сегодня форму прямоугольника $n \times m$ метров.

Однако при составлении финансового плана у директора этой организации появилось целых две серьезных проблемы: во первых, каждый новый клиент очевидно захочет, чтобы узор, выложенный у него во дворе, отличался от узоров всех остальных клиентов этой фирмы, а во вторых, этот узор должен быть симпатичным.

Как показало исследование, узор является симпатичным, если в нем нигде не встречается квадрата 2×2 метра, полностью покрытого плитками одного цвета.

Для составления финансового плана директору необходимо узнать, сколько клиентов он сможет обслужить, прежде чем симпатичные узоры данного размера закончатся. Помогите ему!

Формат входных данных

На первой строке входного файла находятся два натуральных числа n и m . $1 \leq n \cdot m \leq 300$.

Формат выходных данных

Выведите в выходной файл единственное число — количество различных симпатичных узоров, которые можно выложить во дворе размера $n \times m$ по модулю $2^{30} + 1$. Узоры, получающиеся друг из друга сдвигом, поворотом или отражением считаются различными.

Примеры

| nice2.in | nice2.out |
|----------|-----------|
| 2 2 | 14 |
| 3 3 | 322 |

Задача J. Симпатичные узоры наносят ответный удар

Имя входного файла: nice3.in
Имя выходного файла: nice3.out
Ограничение по времени: 3 секунды
Ограничение по памяти: 256 мегабайт

Компания BrokenTiles планирует заняться выкладыванием во дворах у состоятельных клиентов узор из черных и белых плиток, каждая из которых имеет размер 1×1 метр. Известно, что дворы всех состоятельных людей имеют наиболее модную на сегодня форму прямоугольника $n \times m$ метров.

Однако при составлении финансового плана у директора этой организации появилось целых две серьезных проблемы: во первых, каждый новый клиент очевидно захочет, чтобы узор, выложенный у него во дворе, отличался от узоров всех остальных клиентов этой фирмы, а во вторых, этот узор должен быть симпатичным.

Как показало исследование, узор является симпатичным, если в нем нигде не встречается квадрата 2×2 метра, полностью покрытого плитками одного цвета.

Для составления финансового плана директору необходимо узнать, сколько клиентов он сможет обслужить, прежде чем симпатичные узоры данного размера закончатся. Помогите ему!

Формат входных данных

На первой строке входного файла находятся два натуральных числа n и m . $1 \leq n \leq 10^{100}$, $1 \leq m \leq 5$, $1 \leq p \leq 10000$.

Формат выходных данных

Выведите в выходной файл единственное число — количество различных симпатичных узоров, которые можно выложить во дворе размера $n \times m$ по модулю p . Узоры, получающиеся друг из друга сдвигом, поворотом или отражением считаются различными.

Примеры

| nice3.in | nice3.out |
|----------|-----------|
| 2 2 20 | 14 |
| 3 3 7 | 0 |