

Численные методы

1. Бинарный поиск

- вещественные числа с плавающей точкой
- поиск корня вещественной функции на $[a, b]$ ($f(a) < 0, f(b) > 0$)
- проблема зацикливания при условии завершения $(R - L) < eps$
- * оценка ошибки при вычислении $N!$ в типе double

2. Тернарный поиск

- для чего используется
- когда можно применять
- описание реализации $(2/3, 1/2, 0.38)$
- пример: расстояние от точки до выпуклого многоугольника $O(\log N)$
- * пример: пересечение выпуклого многоугольника с прямой за $O(\log N)$

3. Применение тернарного поиска

- общее описание тернарного поиска
- как применять при нескольких экстремумах
- пример: пересечение двух эллипсов
- пример: поворот многоугольника, минимизирующий ширину

4. Градиентный спуск

- основные идеи
- описание реализации:
 - градиент, смещение на $coef f^i$, $coef = 0.9$
 - градиент, смещение ищется бинпоиском
 - 10 случайных направлений
 - поиск нужного угла $f(alpha) = \min$

5. Метод Ньютона

- идея
- пример: поиск корня из числа
- * поиск корня из N за $O(\log \log N)$ = начальное приближение + м.Ньютона.

6. Поиск корней многочлена

- в вещественных числах: $O(N^2 \log Max)$
- обработка особенностей, связанных с кратными корнями
- * в комплексных: минимизируем $|P(z)|$ градиентным спуском

Системы линейных уравнений и метод Гаусса

1. СЛУ. Матрица коэффициентов, расширенная матрица.
2. Определение совместной системы
3. Свободные и зависимые переменные в решении СЛУ
4. Пример: решение линейного уравнения с несколькими неизвестными
5. Операции над СЛУ:
 - Перестановка строк
 - Перестановка переменных
 - Умножение строки на число
 - Прибавление к строке другой строки, умноженной на коэффициент
6. Метод Гаусса
 - На каждом шаге получаем $a[j][i] = 1$ при $(j = i)$ и 0 при $(j \neq i)$.
 - Выбор «опорного» элемента
 - Любой не нулевой коэффициент в оставшейся матрице
 - Максимальный по модулю — для обеспечения хорошей точности при работе с вещественными числами
7. Решение СЛУ в кольцо вычетов
 - Операция деления в кольце вычетов.
 - Утверждение об единственности результата деления в кольце вычетов (без доказательства)
 - Нахождение обратного по модулю
 - Расширенный алгоритм Евклида
 - Малая теорема Ферма

Перебор

1. Рекурсивный перебор с возвратом

- Идея
- Определение состояния
- Сохранение и возврат состояния

2. Отсечения в переборе

- Отсечение по ответу
- Оценка состояния
- $\alpha - \beta$ -отсечение

3. Мемоизация

4. Хеширование

5. Быстрый пересчёт состояния

6. Meet-in-the-middle

7. Iterative deepening

Игры

1. Функция Гранди

- Игра НИМ
- Прямая сумма игр, эквивалентность
- Вычисление функции Гранди
- Вычисление функции Гранди прямой суммы игр

2. Ретроанализ

- Выигрышные и проигрышные состояния
- Реализация с очередью
- Ничейные состояния
- Длительность игры