

# Как читать олимпиадные задачи на китайском

Юрий Петров

July 16, 2013

$(n, k, l)$ -пермутacją nazywamy permutację liczb  $1, 2, \dots, n$ , której najdłuższy podciąg rosnący ma długość  $k$ , a najdłuższy podciąg malejący — długość  $l$ . Na przykład, permutacja  $5, 3, 1, 4, 2$  jest  $(5, 2, 3)$ -permutacją.

Dla danej liczby  $n$  policz, ile jest par liczb  $(k, l)$  takich, że istnieje jakakolwiek  $(n, k, l)$ -permutacja.

**Zadanie:** Napisz program który:

- wczyta ze standardowego wejścia liczbę  $n$ ,
- obliczy liczbę par  $(k, l)$  spełniających wyżej opisany warunek,
- wypisze wynik na standardowe wyjście.

**Wejście:** W pierwszym i jedynym wierszu standardowego wejścia znajduje się jedna liczba całkowita  $n$  ( $1 \leq n \leq 1\,000\,000\,000$ ).

**Wyjście:** W pierwszym i jedynym wierszu standardowego wyjścia należy zapisać jedną liczbę całkowitą — liczbę par  $(k, l)$  takich, że istnieje  $(n, k, l)$ -permutacja.

Dla danych wejściowych:	poprawnym wynikiem jest:
5	7

# Что мы знаем независимо от языка?

$(n, k, l)$ -пермутacją nazywamy permutację liczb  $1, 2, \dots, n$ , której najdłuższy podciąg rosnący ma długość  $k$ , a najdłuższy podciąg malejący — długość  $l$ . Na przykład, permutacja  $5, 3, 1, 4, 2$  jest  $(5, 2, 3)$ -permutacją.

Dla danej liczby  $n$  policz, ile jest par liczb  $(k, l)$  takich, że istnieje jakakolwiek  $(n, k, l)$ -permutacja.

**Zadanie:** Napisz program który:

- wczyta ze standardowego wejścia liczbę  $n$ ,
- obliczy liczbę par  $(k, l)$  spełniających wyżej opisany warunek,
- wypisze wynik na standardowe wyjście.

**Wejście:** W pierwszym i jedynym wierszu standardowego wejścia znajduje się jedna liczba całkowita  $n$  ( $1 \leq n \leq 1\,000\,000\,000$ ).

**Wyjście:** W pierwszym i jedynym wierszu standardowego wyjścia należy zapisać jedną liczbę całkowitą — liczbę par  $(k, l)$  takich, że istnieje  $(n, k, l)$ -permutacja.

Dla danych wejściowych:	poprawnym wynikiem jest:
5	7

В задаче пять частей:

- начальная часть
- “Zadanie”
- “Wejście”
- “Wyjście”
- таблица в конце

В задаче пять частей:

- начальная часть — «легенда»
- “Zadanie” — постановка задачи
- “Wejście” — формат ввода
- “Wyjście” — формат вывода
- таблица в конце — примеры

Слово «liczb»

- “permutację liczb  $1, 2, \dots, n$ ”
- “Dla danej liczby  $n$  policz”
- “par liczb  $(k, l)$ ”
- “obliczy liczbę par  $(k, l)$ ”
- “zapisać jedną liczbę”

Слово «liczb»

- “permutację liczb  $1, 2, \dots, n$ ”
- “Dla danej liczby  $n$  policz”
- “par liczb  $(k, l)$ ”
- “obliczy liczbę par  $(k, l)$ ”
- “zapisać jedną liczbę”

Предположения:

- объект встречается везде
- во вводе и выводе нужны эти объекты

Слово «liczb»

- “permutację liczb  $1, 2, \dots, n$ ”
- “Dla danej liczby  $n$  policz”
- “par liczb  $(k, l)$ ”
- “obliczy liczbę par  $(k, l)$ ”
- “zapisać jedną liczbę”

Предположения:

- объект встречается везде
- во вводе и выводе нужны эти объекты

Будем считать, что «liczb» — число

Слово «permutacja»

- “ $(n, k, l)$ -permutacja”
- “permutację liczb  $1, 2, \dots, n$ ”
- “permutacja  $5, 3, 1, 4, 2$ ”
- “ $(5, 2, 3)$ -permutacja”

Слово «permutacja»

- “ $(n, k, l)$ -permutacja”
- “permutację liczb  $1, 2, \dots, n$ ”
- “permutacja  $5, 3, 1, 4, 2$ ”
- “ $(5, 2, 3)$ -permutacja”

Предположения:

- похоже на английское permutation
- объект состоит из чисел от 1 до  $n$
- $5, 3, 1, 4, 2$  — пример объекта

Слово «permutacja»

- “ $(n, k, l)$ -permutacja”
- “permutację liczb  $1, 2, \dots, n$ ”
- “permutacja  $5, 3, 1, 4, 2$ ”
- “ $(5, 2, 3)$ -permutacja”

Предположения:

- похоже на английское permutation
- объект состоит из чисел от 1 до  $n$
- $5, 3, 1, 4, 2$  — пример объекта

Будем считать, что «permutacja» — перестановка

# Теперь известно чуть больше

$(n, k, l)$ -пермутacją nazywamy permutację liczb  $1, 2, \dots, n$ , której najdłuższy podciąg rosnący ma długość  $k$ , a najdłuższy podciąg malejący — długość  $l$ . Na przykład, permutacja  $5, 3, 1, 4, 2$  jest  $(5, 2, 3)$ -permutacją.

Dla danej liczby  $n$  policz, ile jest par liczb  $(k, l)$  takich, że istnieje jakakolwiek  $(n, k, l)$ -permutacja.

**Zadanie:** Napisz program który:

- wczyta ze standardowego wejścia liczbę  $n$ ,
- obliczy liczbę par  $(k, l)$  spełniających wyżej opisany warunek,
- wypisze wynik na standardowe wyjście.

**Wejście:** W pierwszym i jedynym wierszu standardowego wejścia znajduje się jedna liczba całkowita  $n$  ( $1 \leq n \leq 1\,000\,000\,000$ ).

**Wyjście:** W pierwszym i jedynym wierszu standardowego wyjścia należy zapisać jedną liczbę całkowitą — liczbę par  $(k, l)$  takich, że istnieje  $(n, k, l)$ -permutacja.

Dla danych wejściowych:	poprawnym wynikiem jest:
5	7

$(n, k, l)$ -перестановка ... перестановка чисел  $1, 2, \dots, n$ , której najdłuższy podciąg rosnący ma długość  $k$ , a najdłuższy podciąg malejący — długość  $l$ . Na przykład, перестановка  $5, 3, 1, 4, 2$  ...

$(5, 2, 3)$ -перестановка.

Dla danej число  $n$  policz, ile jest par число  $(k, l)$  takich, że istnieje jakakolwiek  $(n, k, l)$ -перестановка.

**Задача:**

- wczyta ze standardowego ...ввода число  $n$ ,
- obliczy ...число...  $(k, l)$  spełniających wyżej opisany warunek,
- wypisze wynik na standardowe ...вывод.

**Ввод:** Число...  $n$  ( $1 \leq n \leq 1\,000\,000\,000$ ).

**Вывод:** Число...  $(k, l)$ , ...  $(n, k, l)$ -перестановка.

ВВОД:	ВЫВОД:
5	7

# Что осталось непонятным?

$(n, k, l)$ -перестановка ... перестановка чисел  $1, 2, \dots, n$ , której najdłuższy podciąg rosnący ma długość  $k$ , a najdłuższy podciąg malejący — długość  $l$ . Na przykład, перестановка  $5, 3, 1, 4, 2$  ...

$(5, 2, 3)$ -перестановка.

Dla danej число  $n$  policz, ile jest par число  $(k, l)$  takich, że istnieje jakakolwiek  $(n, k, l)$ -перестановка.

**Задача:**

- wczyta ze standardowego ...ввода число  $n$ ,
- obliczy ...число...  $(k, l)$  spełniających wyżej opisany warunek,
- wypisze wynik na standardowe ...вывод.

**Ввод:** Число...  $n$  ( $1 \leq n \leq 1\,000\,000\,000$ ).

**Вывод:** Число...  $(k, l)$ , ...  $(n, k, l)$ -перестановка.

ВВОД:	ВЫВОД:
5	7

- Ввод состоит из одного числа

- Ввод состоит из одного числа
- Вероятно, фраза “wczyta ze standardowego ...ввода число  $n$ ” означает “Считать число  $n$ ”

## Ещё несколько идей

- Ввод состоит из одного числа
- Вероятно, фраза “wczyta ze standardowego ...ввода число  $n$ ” означает “Считать число  $n$ ”
- Вывод тоже состоит из одного числа

- Ввод состоит из одного числа
- Вероятно, фраза “wczyta ze standardowego ...ввода число  $n$ ” означает “Считать число  $n$ ”
- Вывод тоже состоит из одного числа
- Вероятно, нужно найти или экстремальное значение, или количество способов

- Ввод состоит из одного числа
- Вероятно, фраза “wczyta ze standardowego ...ввода число  $n$ ” означает “Считать число  $n$ ”
- Вывод тоже состоит из одного числа
- Вероятно, нужно найти или экстремальное значение, или количество способов
- В формате вывода нет указаний на функцию, которую оптимизировать

- Ввод состоит из одного числа
- Вероятно, фраза “wczyta ze standardowego ...ввода число  $n$ ” означает “Считать число  $n$ ”
- Вывод тоже состоит из одного числа
- Вероятно, нужно найти или экстремальное значение, или количество способов
- В формате вывода нет указаний на функцию, которую оптимизировать
- Будем считать, что нужно посчитать количество способов

$(n, k, l)$ -перестановка — такая перестановка  $1, 2, \dots, n$ , której najdłuższy podciąg rosnący ma długość  $k$ , a najdłuższy podciąg malejący — długość  $l$ .

Например, перестановка  $5, 3, 1, 4, 2$  —  $(5, 2, 3)$ -перестановка.

**Задача:**

- Ввести число  $n$ ,
- Подсчитать число пар  $(k, l)$  spełniających wyżej opisany warunek,

**Ввод:** Число  $n$  ( $1 \leq n \leq 1\,000\,000\,000$ ).

**Выход:** Количество пар  $(k, l)$ , таких что существует  $(n, k, l)$ -перестановка.

ВВОД:	ВЫВОД:
5	7

$(n, k, l)$ -перестановка — такая перестановка  $1, 2, \dots, n$ , **której najdłuższy podciąg rosnący ma długość  $k$ , a najdłuższy podciąg malejący — długość  $l$ .**

**Например, перестановка  $5, 3, 1, 4, 2$  —  $(5, 2, 3)$ -перестановка.**

$(n, k, l)$ -перестановка — такая перестановка  $1, 2, \dots, n$ , której najdłuższy podciąg rosnący ma długość  $k$ , a najdłuższy podciąg malejący — długość  $l$ .

Например, перестановка  $5, 3, 1, 4, 2$  —  $(5, 2, 3)$ -перестановка.

Сочетание “najdłuższy podciąg ... długość”:

$(n, k, l)$ -перестановка — такая перестановка  $1, 2, \dots, n$ , *której najdłuższy podciąg rosnący ma długość  $k$ , a najdłuższy podciąg malejący — długość  $l$ .*

*Например, перестановка  $5, 3, 1, 4, 2$  —  $(5, 2, 3)$ -перестановка.*

Сочетание “najdłuższy podciąg ... długość”:

- встречается дважды
- сходно с “наилучший что-то”

$(n, k, l)$ -перестановка — такая перестановка  $1, 2, \dots, n$ , *której najdłuższy podciąg rosnący ma długość  $k$ , a najdłuższy podciąg malejący — długość  $l$ .*

*Например, перестановка  $5, 3, 1, 4, 2$  —  $(5, 2, 3)$ -перестановка.*

Сочетание “najdłuższy podciąg ... długość”:

- встречается дважды
- сходно с “наилучший что-то”
- вероятно, это “максимальное что-то”

$(n, k, l)$ -перестановка — такая перестановка  $1, 2, \dots, n$ , której najdłuższy podciąg rosnący ma długość  $k$ , a najdłuższy podciąg malejący — długość  $l$ .

Например, перестановка  $5, 3, 1, 4, 2$  —  $(5, 2, 3)$ -перестановка.

Сочетание “najdłuższy podciąg ... długość”:

- встречается дважды
- сходно с “наилучший что-то”
- вероятно, это “максимальное что-то”
- после этого сочетания следует число

$(n, k, l)$ -перестановка — такая перестановка  $1, 2, \dots, n$ , *której najdłuższy podciąg rosnący ma długość  $k$ , a najdłuższy podciąg malejący — długość  $l$ .*

*Например, перестановка  $5, 3, 1, 4, 2$  —  $(5, 2, 3)$ -перестановка.*

Сочетание “najdłuższy podciąg ... długość”:

- встречается дважды
- сходно с “наилучший что-то”
- вероятно, это “максимальное что-то”
- после этого сочетания следует число
- вероятно, это число — размер

$(n, k, l)$ -перестановка — такая перестановка  $1, 2, \dots, n$ , что наибольшее **podciąg rosnący** имеет размер  $k$ , а наибольшее **podciąg malejący** — размер  $l$ .

Например, перестановка  $5, 3, 1, 4, 2$  —  $(5, 2, 3)$ -перестановка.

$(n, k, l)$ -перестановка — такая перестановка  $1, 2, \dots, n$ , что наибольшее **podciąg rosnący** имеет размер  $k$ , а наибольшее **podciąg malejący** — размер  $l$ .

Например, перестановка  $5, 3, 1, 4, 2$  —  $(5, 2, 3)$ -перестановка.

- объект “podciąg rosnący” простой — он описывается двумя словами
- у перестановок выделяют подпоследовательности

$(n, k, l)$ -перестановка — такая перестановка  $1, 2, \dots, n$ , что наибольшее **podciąg rosnący** имеет размер  $k$ , а наибольшее **podciąg malejący** — размер  $l$ .

Например, перестановка  $5, 3, 1, 4, 2$  —  $(5, 2, 3)$ -перестановка.

- объект “podciąg rosnący” простой — он описывается двумя словами
- у перестановок выделяют подпоследовательности
- посмотрим на общеизвестные максимальные и минимальные подпоследовательности:
- наибольшая возрастающая —  $1, 4$ , длина  $2$
- наибольшая убывающая —  $5, 3, 1$ , длина  $3$

$(n, k, l)$ -перестановка — такая перестановка  $1, 2, \dots, n$ , что наибольшее **podciąg rosnący** имеет размер  $k$ , а наибольшее **podciąg malejący** — размер  $l$ .

Например, перестановка  $5, 3, 1, 4, 2$  —  $(5, 2, 3)$ -перестановка.

- объект “podciąg rosnący” простой — он описывается двумя словами
- у перестановок выделяют подпоследовательности
- посмотрим на общеизвестные максимальные и минимальные подпоследовательности:
- наибольшая возрастающая —  $1, 4$ , длина  $2$
- наибольшая убывающая —  $5, 3, 1$ , длина  $3$
- похоже,  $k$  — длина наибольшей возрастающей, а  $l$  — убывающей последовательности

- Проверим предположение

# Осталось решить

- Проверим предположение
- Можно написать решение полным перебором

- Проверим предположение
- Можно написать решение полным перебором
- Если не сошлось — думаем дальше :)
- Если сошлось, радуемся и решаем задачу :)

# Тяжёлый случай

*Представим, что текст достался на китайском. Заменяем все иероглифы на знаки вопроса.*

# Тяжёлый случай

Представим, что текст достался на китайском. Заменяем все иероглифы на знаки вопроса.

??? ? ? ? 1 ? n ? . ? ? ? .

? ?  $(i, i+1, \dots, i+k)$  ? . ?  $i$  ?  $x_i$  ? ? . ? ?  $x = x_i + x_{i+1} + \dots + x_{i+k}$  . ?

? ?  $x$  ? ? ?  $x'$ :  $x' = ax^2 + bx + c$ , ?  $a, b, c$  ? ( $a < 0$ ). ? ? ? .

? 4 ? ,  $x_1 = 2, x_2 = 2, x_3 = 3, x_4 = 4$  ? ?  $a = -1, b = 10, c = -20$  ? 3

? ? 1 ? 2, 3, ? 4. ? ? ? 4, 3, 4, ? ? 4, 1, 4. ? ? 9,

? ? ? . ? ? ? . ?  $a, b, c$ , ? ? ?  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , ? ? 1, 2,  $\dots, n$  ? . ? ? ? ? .

—

4

-1 10 -20

2 2 3 4

—

9

Выделим идеи

Выделим идеи

- Рассматриваются отрезки последовательности  $x_i$

## Выделим идеи

- Рассматриваются отрезки последовательности  $x_i$
- Эти отрезки обрабатываются по известной формуле

$$x = x_i + x_{i+1} + \dots + x_{i+k}, \quad x': \quad x' = ax^2 + bx + c$$

## Выделим идеи

- Рассматриваются отрезки последовательности  $x_i$
- Эти отрезки обрабатываются по известной формуле  
 $x = x_i + x_{i+1} + \dots + x_{i+k}$ ,  $x'$ :  $x' = ax^2 + bx + c$
- В выходном файле одно число

# Найдём проблемы

Найдём проблемы

# Найдём проблемы

Найдём проблемы

- Длины отрезков неизвестны — число  $k$  встречается однократно

# Найдём проблемы

## Найдём проблемы

- Длины отрезков неизвестны — число  $k$  встречается однократно
- Раз длины отрезков не заданы, будем считать, что их мы выбираем сами

## Найдём проблемы

- Длины отрезков неизвестны — число  $k$  встречается однократно
- Раз длины отрезков не заданы, будем считать, что их мы выбираем сами
- Неизвестно, как получать ответ, — это может быть максимум, сумма или иная функция значений на отрезках

## Найдём проблемы

- Длины отрезков неизвестны — число  $k$  встречается однократно
- Раз длины отрезков не заданы, будем считать, что их мы выбираем сами
- Неизвестно, как получать ответ, — это может быть максимум, сумма или иная функция значений на отрезках
- Неизвестно, что требуется сделать с ответом в задаче, — минимизировать, максимизировать, просуммировать или сделать что-либо ещё

# Посмотрим на разбираемый пример

Посмотрим на разбираемый пример

# Посмотрим на разбираемый пример

Посмотрим на разбираемый пример

- Ответ 9 фигурирует только в одной строке: “? 4, 3, 4, ? ? 4, 1, 4.  
? ? 9”

# Посмотрим на разбираемый пример

Посмотрим на разбираемый пример

- Ответ 9 фигурирует только в одной строке: “? 4, 3, 4, ? ? 4, 1, 4. ? ? 9”
- Заметим, что из 4, 3, 4 можно получить 4, 1, 4, применив функцию из условия

# Посмотрим на разбираемый пример

Посмотрим на разбираемый пример

- Ответ 9 фигурирует только в одной строке: “? 4, 3, 4, ? ? 4, 1, 4.  
? ? 9”
- Заметим, что из 4, 3, 4 можно получить 4, 1, 4, применив функцию из условия
- Количество элементов здесь — три, оно не совпадает с  $n$

# Посмотрим на разбираемый пример

Посмотрим на разбираемый пример

- Ответ 9 фигурирует только в одной строке: “? 4, 3, 4, ? ? 4, 1, 4. ? ? 9”
- Заметим, что из 4, 3, 4 можно получить 4, 1, 4, применив функцию из условия
- Количество элементов здесь — три, оно не совпадает с  $n$
- По текущему условию от элементов мы переходим к отрезкам, которые суммируем

# Посмотрим на разбираемый пример

Посмотрим на разбираемый пример

- Ответ 9 фигурирует только в одной строке: “? 4, 3, 4, ? ? 4, 1, 4. ? ? 9”
- Заметим, что из 4, 3, 4 можно получить 4, 1, 4, применив функцию из условия
- Количество элементов здесь — три, оно не совпадает с  $n$
- По текущему условию от элементов мы переходим к отрезкам, которые суммируем

Предположим, что последовательность нужно разбить на части, просуммировать, применить функцию.

Оставшиеся предположения

- Ответ — сумма функций для отрезков
- Действительно,  $4 + 1 + 4 = 9$

## Оставшиеся предположения

- Ответ — сумма функций для отрезков
- Действительно,  $4 + 1 + 4 = 9$
- Ответ нужно максимизировать
- Можно проверить каким-нибудь перебором

- Условие часто избыточно

- Условие часто избыточно
- Пример — важная часть условия, из которой можно делать выводы

- Условие часто избыточно
- Пример — важная часть условия, из которой можно делать выводы
- Если в условии встретилось незнакомое слово:
  - посмотрите, где ещё оно встречается
  - проверьте, изменится ли текст, если его заменить на «штучка»
  - попробуйте восстановить свойства объекта по контексту

- Условие часто избыточно
- Пример — важная часть условия, из которой можно делать выводы
- Если в условии встретилось незнакомое слово:
  - посмотрите, где ещё оно встречается
  - проверьте, изменится ли текст, если его заменить на «штучка»
  - попробуйте восстановить свойства объекта по контексту
- Стоит сравнивать одинаковые утверждения в разных местах — это шанс выявить ошибку

- Условие часто избыточно
- Пример — важная часть условия, из которой можно делать выводы
- Если в условии встретилось незнакомое слово:
  - посмотрите, где ещё оно встречается
  - проверьте, изменится ли текст, если его заменить на «штучка»
  - попробуйте восстановить свойства объекта по контексту
- Стоит сравнивать одинаковые утверждения в разных местах — это шанс выявить ошибку
- Не всегда стоит читать условие сразу от начала до конца

- Посмотрите на условие, выделите в нём формальные части

- Посмотрите на условие, выделите в нём формальные части
- Поймите, о каком объекте задача, — последовательность чисел, граф, что-то ещё

- Посмотрите на условие, выделите в нём формальные части
- Поймите, о каком объекте задача, — последовательность чисел, граф, что-то ещё
- Посмотрите на формат ввода и вывода

- Посмотрите на условие, выделите в нём формальные части
- Поймите, о каком объекте задача, — последовательность чисел, граф, что-то ещё
- Посмотрите на формат ввода и вывода
- *Вероятно, к этому моменту представление о задаче есть*

- Посмотрите на условие, выделите в нём формальные части
- Поймите, о каком объекте задача, — последовательность чисел, граф, что-то ещё
- Посмотрите на формат ввода и вывода
- *Вероятно, к этому моменту представление о задаче есть*
- Прочитайте условие от начала до конца, сверьте свое понимание

- Условия задач взяты из открытых источников — польской национальной олимпиады и АРЮ