

Экзаменационные вопросы

Вопросы на 3

1. Выражение операций Build, Add, Merge друг через друга.
2. Задача LCA. Решение за $O(\log n)$ на запрос.
3. СНМ. Реализация в виде набора подвешенных деревьев. Ранговая эвристика. Эвристика переподвешивания к корню. Оценка сложности для эвристик по отдельности.
4. Алгоритм Тарьяна для задачи LCA-Offline за $O(\alpha(n))$
5. Сведение LCA к $RMQ \pm 1$. Решения за $O(n)$, $O(\log n)$ и $O(n \log n)$, $O(1)$. Сведение RMQ к LCA.
6. Задача LA (level ancestor). Решения за $O(n \log n)$, $O(\log n)$, $O(n)$, $O(\log n)$, $O(n \log n)$, $O(1)$.
7. Полиномиальные хеши. Поиск хеша подстроки за $O(1)$. Лексикографическое сравнение строк за $O(\log n)$ с использованием хешей. Суффиксный массив. Построение за $O(n \log^2 n)$ с использованием хешей.
8. Понятие правого контекста подстроки относительно строки, свойства. Суффиксный автомат: состояния, переходы, суффиксные ссылки.
9. Комплексные числа, арифметика. Связь умножения комплексных чисел с полярными координатами на плоскости. Корни из единицы.
10. Постановка задачи о максимальном потоке и минимальном разрезе. Теорема Форда-Фалкерсона. Поиск потока за $O(E|f|)$.
11. Алгоритм Эдмонса-Карпа. Поиск потока за (E^2V) .
12. Масштабирование. Поиск потока за $O(E^2 \log MaxC)$.
13. Выпуклая оболочка за $O(n \log n)$. Две наиболее удаленные точки: вращающиеся ножницы за $O(n)$.
14. Расстояние от прямой до выпуклого многоугольника, проверка пересечения: $O(\log n)$.
15. Две ближайшие точки из множества: разделяй и властвуй за $O(n \log n)$.
16. Принадлежность точки невыпуклому многоугольнику за $O(n)$. Принадлежность точки выпуклому многоугольнику за $O(\log n)$.
17. Понятие игры на ациклическом графе. Анализ результата игры и количества ходов.

Вопросы на 4

1. Двумерное дерево отрезков. Дерево сортировки слиянием. Поиск k -й порядковой статистики на отрезке за $O(\log^3 n)$, $O(\log^2 n)$.
2. Понятие персистентности. Персистентный стек, дерево отрезков. Метод сканирующей прямой. Примеры. Персистентное декартово дерево. RBST.
3. Heavy-Light Decomposition.
4. Ранговая эвристика и сжатие путей вместе, амортизированная оценка сложности запроса.
5. Выбор модуля для хешей, парадокс дней рождения. Строки Туе-Морса. Доказательство наличия большого числа коллизий на таких строках по модулю, равному степени 2.
6. Бор. Суффиксные ссылки на боре. Автомат Ахо-Корасик.
7. Простые строки. Алгоритм Дюваля. Поиск наименьшего циклического сдвига за $O(n)$.
8. Построение суффиксного массива за $O(n \log^2 n)$ без использования хешей. Оптимизация до $O(n \log n)$ с использованием сортировки подсчетом. Технические оптимизации.
9. LCP двух строк. Алгоритм Касаи. Нахождение LCP двух суффиксов $O(\log n)$.
10. Поиск подстроки в строке за $O(|S| \log n)$ с помощью суффиксного массива, оптимизация до

$O(|S| + \log n)$.

11. Определение дискретного преобразования Фурье (ДПФ) и обратного ДПФ для последовательности. Формулы для ДПФ и обратного ДПФ, проверка взаимнообратности.
12. Алгоритм Диница. Поиск потока за $O(V^2E)$. Алгоритм Диница с масштабированием. Оценка $O(VE \log MaxC)$.
13. Касательные из точки до многоугольника: $O(\log n)$.
14. Сумма Минковского. Построение для выпуклых многоугольников за $O(n)$. Применения.
15. Сканирующая прямая в геометрии. Проверка наличия пересечения среди n отрезков за $O(n \log n)$.
16. Локализация: поиск точки в планарном графе, оффлайн и онлайн за $O(\log n)$. Принадлежность точки невыпуклому многоугольнику за $O(\log n)$.
17. Понятие прямой суммы игр. Эквивалентность по Гранди. Классификация ациклических игр с точностью до эквивалентности. Вычисление функции Гранди игры.
18. Алгоритм проверки непустоты пересечения n полуплоскостей за $O(n)$ в среднем.
19. Алгоритм построения минимального покрывающего круга для n точек за $O(n)$ в среднем.

Вопросы на 5

1. Задача Dynamic Connectivity Offline. Решение за $O(q\sqrt{q})$, $O(q \log^2 n)$.
2. Задача Dynamic 2-Connectivity Offline. Решение за $O(q\sqrt{q})$, $O(q \log n)$.
3. Решение LCA за $O(n)$, $O(1)$ (Farach-Colton-Bender).
4. Решение LA за $O(n)$, $O(1)$ (Farach-Colton-Bender).
5. Перестроение автомата при добавлении одного символа. Доказательство линейности построения и линейности размера. Применения.
6. Схема «разделяй и властвуй» для вычисления ДПФ (алгоритм Cooley-Tukey), оценка сложности. Технические оптимизации. Применения.
7. Проталкивание предпотока. Оценка $O(V^2E)$ для общего алгоритма. Оценка $O(V^3)$ для «поднять и в начало».
8. Задача о потоке минимальной стоимости. Критерий минимальности стоимости потока. Алгоритм отмены циклов отрицательного веса.
9. Алгоритм пропускания потока по кратчайшим путям. Потенциалы Джонсона.
10. Классификация циклических игр с точностью до эквивалентности. Теория Смита.
11. Вероятностный алгоритм Каргера для global min-cut.
12. Алгоритм Штор-Вагнера для global min-cut.