

## Правила теоретического зачета группы А'

- При подготовке можно пользоваться любыми материалами.
- Каждый получает билет из трех теоретических вопросов и одной задачи на динамическое программирование.
- Отвечать можно только одному преподавателю. Он может задать неограниченное количество дополнительных вопросов и/или задач.
- Подготовка длится один час.

### Экзаменационные вопросы

1. Префикс-функция строки, алгоритм Кнута-Морриса-Пратта. Z-функция.
2. Хеширование строк. Использование хешей для лексикографического сравнения строк. Стока Тье-Морса (без доказательства). Парадокс дней рождения.
3. Бор, способы хранения бора. Динамическое программирование на боре, примеры.
4. Алгоритм Ахо-Корасик. Автомат Ахо-Корасик и его использование.
5. Суффиксный массив. Построение за  $O(n \log n)$  (алгоритм Карпа-Миллера-Розенберга).
6. LCP для суффиксного массива, алгоритм Аrimуры-Арикавы-Касая-Ли-Парка.
7. Корневая эвристика. Основные идеи (разбиение массива на блоки, разбиение запросов на блоки, тяжелые/легкие вершины графа), примеры задач.
8. Хеш-таблицы. Реализация списками, реализация с открытой адресацией.
9. Битовое сжатие. Логические операции, операция сдвига, примеры использования.
10. Задача о наименьшем общем предке (LCA). Метод двоичного подъема, вычисление функций на путях дерева.
11. Система непересекающихся множеств (СНМ). Реализация массивом цветов, реализация лесом. Ранговая эвристика.
12. Система непересекающихся множеств (СНМ). Реализация лесом. Эвристика сжатия путей.
13. Задача о наименьшем общем предке (LCA). Алгоритм Ахо-Хопкрофта-Ульмана-Тарьяна за  $O(n \log^* n)$ .
14. Эйлеров обход дерева. Сведение задачи LCA к задаче RMQ за  $O(n)$ . Решение задачи RMQ методом Sparse Table.
15. Паросочетания. Теорема об удлиняющей цепочке. Алгоритм Куна.
16. Вершинно-взвешенное паросочетание.
17. Вершинное покрытие и независимое множество. Теорема Кёнига.
18. Цепи и антицепи. Покрытие ациклического графа путями. Теорема Дилвортса.
19. Дерево отрезков с массовыми операциями. Реализация сверху, прибавление на отрезке, присваивание на отрезке. Примеры, задача «Художник».
20. Задача о количестве точек внутри прямоугольника, offline-решение за  $O((n + m) \log n)$ . Простейшее двумерное дерево, online-решение задачи за  $O(\log^2 n)$ .
21. Декартово дерево. Определение, единственность, построение за  $O(n)$  по отсортированному массиву ключей.
22. Декартово дерево. Операции Split, Merge, Find, Insert, Erase, GetKth, GetLess.
23. Декартово дерево по неявному ключу. Отложенные операции, Reverse.
24. Персистентные структуры данных. Персистентный стек, персистентное дерево отрезков.
25. Online-решение задачи о количестве точек внутри прямоугольника за  $O(\log n)$ . Задача о поиске  $K$ -ой порядковой статистики на отрезке за  $O(\log^2 n)$ .
26. Задача о поиске  $K$ -ой порядковой статистики на отрезке за  $O(\log n)$ .
27. Персистентное декартово дерево. RBST. Копирование отрезка массива. Простейший garbage-collector.

28. Выпуклая оболочка. Алгоритм Грэхема.
29. Пересечение произвольного многоугольника с прямой за  $O(n)$ . Пересечение выпуклого многоугольника с прямой за  $O(\log n)$ .
30. Проверка принадлежности точки произвольному многоугольнику с использованием луча и с использованием суммы углов за  $O(n)$ . Проверка принадлежности точки выпуклому многоугольнику за  $O(\log n)$ .
31. Метод сканирующей прямой. Проверка наличия пары пересекающихся отрезков на плоскости в множестве из  $n$  отрезков за  $O(n \log n)$ .
32. Нахождение пары ближайших точек в множестве из  $n$  точек на плоскости за  $O(n \log n)$ .
33. Поиск числа tandemных повторов в строке за  $O(n \log n)$  (алгоритм Мейна-Лоренца).
34. Meet-in-the-middle. Решение задачи о рюкзаке с  $n$  предметами за  $O(n \cdot 2^{\frac{n}{2}})$ .
35. СНМ с откатами. Dynamic Connectivity Problem, offline-решение.
36. Алгоритм Карацубы.