

Семинар по ДП параллель А', ЛКШ.август.2015

Оценка за задачу равна (количеству человек, не сдавших эту задачу, плюс 1), умноженному на понижающий коэффициент подпункта, если он указан.

1. Наибольшая общая возрастающая подпоследовательность двух последовательностей

- (a) $O(n^4)$
- (b) $O(n^3)$
- (c) $O(n^2)$

2. Последовательность длины n называется *выпуклой*, если $\forall i: 1 < i < n: a_i < \frac{a_{i-1} + a_{i+1}}{2}$.

Найдите наибольшую выпуклую подпоследовательность данной последовательности за $O(n^3)$.

3. *Разорванным числом* называется последовательность из ровно n цифр от 1 до 9 такая, что любые две соседние цифры отличаются не менее чем на 3. Упорядочим все разорванные числа по возрастанию. Найдите по заданному разорванному числу его номер в этом списке. $O(9 \cdot n)$

4. Найдите минимальное k -ичное число

- (a) с заданной суммой S последовательных попарных произведений цифр за $O(S \cdot 10^2)$.
- (b) с заданной суммой S попарных произведений цифр как можно быстрее

5. Дана произвольная скобочная последовательность из круглых (), квадратных [], фигурных { } и угловых < > скобок. Требуется удалить из неё минимальное количество скобок, чтобы она стала правильной (и скобки соответствовали скобкам того же типа). $O(n^3)$

6. Дано дерево. Выведите за $O(n)$:

- (a) для каждого из рёбер — количество простых путей, проходящих через него
- (b) для каждого из рёбер — сумму длин простых путей, проходящих через него
- (c) для каждого из рёбер — сумму квадратов длин простых путей, проходящих через него

7. В языке «Кава» есть n программных конструкций, длина каждой из которых не превосходит m . Валидная программа на языке «Кава» — это произвольная последовательность конструкций, каждую конструкцию можно использовать неограниченное число раз. Сколько различных программ длины L можно написать на языке «Кава»? $O(\min(n, m) \cdot L)$

8. Проверить два корневых дерева на изоморфизм

9. Задача о рюкзаке. Есть n слитков золота, каждый имеет вес w_i и рюкзак, который выдерживает вес W .

(a) Требуется положить в рюкзак как можно больше золота:

- i. (×0.2) Найти только вес за $O(W \cdot n)$, память $O(W \cdot n)$
- ii. (×0.2) Найти только вес за $O(W \cdot n)$, память $O(W)$
- iii. (×0.2) Найти сам способ за $O(W \cdot n)$, память $O(W \cdot n)$
- iv. (×0.5) Найти сам способ за $O(W \cdot n)$, память $O(W)$

(b) (×0.2) А теперь всё то же самое, но каждый слиток можно брать бесконечное число раз.

(c) Теперь каждого типа слитка k_i штук. Сделайте всё то же самое за время:

- i. (×0.2) $O(W \times \sum k_i)$
- ii. (×0.5) $O(W \times \sum \log k_i)$

- (d) ($\times 0.2$) Теперь каждый из слитков весит не больше m , и запас снова бесконечен. Решите ту же задачу за время $O(n \cdot m \cdot \log(m))$.
10. Найти какую-либо строчку минимальной длины, подходящую под два заданных шаблона (с вопросиками и звёздочками), или определить, что такой нет. $O(L_1 \cdot L_2)$ времени и памяти.
11. Дана последовательность из N чисел. Пусть \sum — сумма чисел на подотрезке.
- (a) ($\times 0.2$) Подотрезок с максимальной суммой за $O(N)$.
- (b) ($\times 0.2$) Подотрезок длины от L до R с максимальной суммой за $O(N)$.
- (c) ($\times 0.5$) Три непересекающихся подотрезка такие, что $\sum_1 + \sum_2 + \sum_3$ максимально за $O(N)$.
- (d) ($\times 0.5$) Пункт a на окружности.
- (e) ($\times 0.5$) Пункт b на окружности.
- (f) ($\times 1$) Пункт c на окружности.
12. $O(N^3)$. Дан прямоугольник, состоящий из $N \times N$ целых чисел.
- (a) Выбрать подпрямоугольник \max суммы
- (b) Выбрать два непересекающихся подпрямоугольника \max суммы.
- (c) Выбрать три непересекающихся подпрямоугольника \max суммы.
- (d) Выберите подпрямоугольник с \max суммой в четырёх углах
- (e) Выберите подпрямоугольник с \max суммой по периметру
13. Найдите число различных подпоследовательностей в последовательности длины n , составленной из чисел от 1 до n за $O(n)$.

1a	1b	1c	2	3	4a	4b	5	6a	
6b	6c	7	8	9a(i)	9a(ii)	9a(iii)	9a(iv)	9b	
9c(i)	9c(ii)	9d	10	11a	11b	11c	11d	11e	
11f	12a	12b	12c	12d	12e	13			