

# 1 Графы

## 1.1 Поиск в глубину

### 1.1.1 Понятия и алгоритм

1. Поиск (обход) графа
2. Основной алгоритм
3. Метки посещения
4. Дерево обхода
5. Классификация рёбер
6. Время входа и выхода
7. Метки трёх цветов

### 1.1.2 Применения

1. Проверка на предка
2. Компоненты связности
3. Поиск циклов
4. Топологическая сортировка
5. Раскраска графа в два цвета
6. Компоненты сильной связности
7. Мосты
8. Точки сочленения
9. Компоненты двусвязности

## 1.2 Остовы

1. Определение
2. Лемма о разрезе
3. Алгоритм Прима
4. Алгоритм Краскала

## 1.3 Кратчайшие пути

1. Алгоритм Дейкстры
2. Алгоритм Дейкстры с приоритетной очередью
3. Алгоритм Форда-Беллмана
4. Нахождение кратчайшего пути с учетом отрицательных циклов
5. Алгоритм Флойда
6. Восстановление пути
7. Поиск в ширину для графов с весами  $\{0, 1\}$ ,  $0, \dots, k$

# 2 Структуры данных

## 2.1 Дерево отрезков

1. RMQ, RSQ, решения offline
2. Общая концепция дерева отрезков
3. Операция обновления элемента
4. Операция запроса на отрезке

5. Детали реализации
6. Групповые операции
7. Операция изменения на отрезке

## 2.2 Разреженные таблицы

## 2.3 СНМ

1. Ранговая эвристика
2. Эвристика переподвешивания к корню

## 2.4 Декартово дерево

1. Определение BST
2. Операции в BST: поиск, вставка, удаление
3. Операции в декартовом дереве
4. Указатели
5. Реализация
6. Хранение размеров поддеревьев
7.  $k$ -я статистика
8. Запросы на отрезке значений: `count`, `sum`
9. Групповые операции
10. Неявный ключ
11. Хранение массива в декартовом дереве, разрезания, обращения по индексу
12. Групповые обновления: `add`, `reverse`

## 3 Динамическое программирование

1. Общие принципы
2. ДП на префиксах
  - (a) Кратчайший путь в ациклическом графе
  - (b) Наибольшая возрастающая подпоследовательность
  - (c) Наибольшая общая подпоследовательность
3. ДП по цифрам числа
  - (a) Количество чисел от 0 до  $n$  с суммой цифр  $k$
4. ДП на подотрезках
  - (a) Наибольшая подпоследовательность-палиндром
5. ДП на поддеревьях
  - (a) Взвешенное паросочетание в дереве
  - (b) Выделение поддерева размера  $k$  с минимальным количеством отрезанных ребер
6. ДП на подмножествах
  - (a) Гамильтонов путь, цикл
  - (b) Минимальное число цветов, в которое можно раскрасить граф, перебор подмасок за  $3^n$
7. ДП по профилю
  - (a) Замощение доминошками

## 4 Геометрия

1. Точками на плоскости в координатах

- (a) Точки, вектора и радиус-вектора
- (b) Сложение, вычитание, умножение на число
- (c) Проекция вектора на вектор
- (d) Операции с векторами: скалярное и косое произведение
- (e) Угол между векторами ( $\text{atan2}$ )
- 2. Структура `Vec`, перегрузка операторов.  
`explicit` конструктор
- 3. Прямая
  - (a) Задание через точку и направляющий вектор, через точку и нормаль
    - i. Формула
    - ii. Построение параллельной/перпендикулярной к данной прямой через данную точку
  - (b) Расстояние со знаком от точки до прямой, основание перпендикуляра
- 4. Пересечение отрезков в векторной параметрической форме, 3 случая
- 5. Многоугольники
  - (a) Площадь многоугольника
    - i. Через трапеции (строго)
    - ii. Переход к формуле через треугольники
  - (b) Проверка принадлежности точки многоугольнику
    - i. Общий случай,  $O(n)$
    - ii. Выпуклый многоугольник,  $O(\log n)$
  - (c) Выпуклая оболочка
- 6. Окружности
  - (a) Пересечение прямой и окружности
  - (b) Пересечение двух окружностей
  - (c) Касательная к окружности из точки
    - i. Количество касательных в зависимости от положения
    - ii. Построение
  - (d) Общая касательная к двум окружностям
    - i. Количество касательных, внутренние и внешние касательные
    - ii. Построение (сжатие, расжатие окружностей)

## 5 Строки

- 1. Префикс-функция, алгоритм Кнута-Морриса-Пратта
- 2. Z-функция
- 3. Полиномиальный хеш
  - (a) Реализация
  - (b) Сравнение строк
  - (c) Максимальный подпалиндром
- 4. Бор
  - (a) Реализация
  - (b) Сортировка
  - (c) Число различных подстрок
  - (d) Беспрефиксность кода

## 6 Комбинаторика

- 1. Формулы для перестановок и сочетаний

2. Связь сочетаний с биномом
3. Динамика для подсчёта объектов
4. Рекурсивная генерация комбинаторных объектов
5. Получение объекта по номеру
6. Получение номера по объекту
7. Генерация следующий/предыдущий