

- Рюкзак на отрезке**

Идем в оффлайн правой границей, поддерживаем для каждого веса самое правое l , при котором этот вес все еще можно набрать при данной правой границе. `max_left[right, weight]`.
- Мосты**

У нас есть x брёвен длины a и y брёвен длины b .
Сделаем бинпоиск по ответу. Пытаемся построить мост из k рядов размера m .
Решение #1: $\langle k, len \rangle [x, y]$ – максимальная пара “количество рядов, длина последнего”, от того, сколько рёбер мы уже использовали. Два перехода из состояния.
Решение #2: $x[y, k]$ – сколько максимум брёвен 1-го типа осталось, если осталось y брёвен второго типа, и мы уже построили k рядов. Переход: перебрать сколько берём брёвен 1-го типа, 2-го добрать жадно. Всего $\frac{m}{a}$ переходов из каждого состояния. Заметим, что и в состоянии, и в переходе можно было 1-й тип поменять со 2-м. Итого состояний $\min(x, y) \cdot k$ и переходов $\frac{m}{\max(a, b)}$. При этом $m \leq \frac{ax+by}{k}$, получаем не более $\frac{x+y}{k}$ переходов и время внутри бинпоиска $\mathcal{O}(N^2)$.
- Четыре множества**

(а) $n \leq 50$. Динамика `ans[i, x1, x2, x3]` — можно ли первые i чисел разбить на 4 множества так, чтобы `xor` 1-го множества был равен $x1$ и т.д.
При этом $x4 = X \oplus x1 \oplus x2 \oplus x3$, где X — `xor` всех чисел от первого до i -го.
(б) $n \leq 500$. Битовое сжатие.
- Казино**

(а) $\mathcal{O}(n^4)$ времени и $\mathcal{O}(n^3)$ памяти. Динамика `f[l, r]` — можно ли уничтожить все символы с l по r , а также динамика `f[l, r, i, k]` — можно ли уничтожить некоторые символы на отрезке с l по r таким образом, чтобы остались первые k букв правила i .
(б) $\mathcal{O}(n^4/w)$ времени и $\mathcal{O}(n^3/w)$ памяти. Битовое сжатие.
- LCIS**

Будем добавлять элементы первой последовательности по одному, а для каждой позиции второй последовательности будем поддерживать длину максимальной LCIS, заканчивающейся в этом элементе.
- Пути в графе**

(а) ровно k : возвести матрицу смежности в степень.
(б) не более k : или добавить фиктивную вершину, или взять сумму геометрической прогрессии матриц.
- k -я лексикографически скобочная последовательность**

$\mathcal{O}(n^2 m)$ — стандартная динамика, для ответа перебираем, какую скобку ставить. Заметим, что мы можем поставить либо одну закрывающую (вершину стека), либо открывающую, но для каждой открывающей число способов одинаково, так что делим с остатком, получаем $\mathcal{O}(n^2)$.
- Диаграммы Юнга**

Будем расставлять числа, начиная с самых больших. Заметим, что если мы поставили несколько максимальных чисел, то оставшаяся картинка — тоже диаграмма Юнга, где расставлены числа от 1 до x , это и будет состоянием динамики. Переход: перебираем, в какой строке будет максимальное число. Число состояний не превосходит число разбиений на слагаемые.
- Чёрно-белый прямоугольник**

Будем перебирать все левые верхние углы. Пусть текущий ответ равен ans , будем увеличивать ans , пока подходит квадрат со стороной $ans + 1$.
- Посёлки**

Нужно массив длины n посплитить на k отрезков.
Сделаем предподсчёт за $\mathcal{O}(n^2)$: $c[l, r]$ — стоимость отрезка $[l, r]$.
Динамика $f[n, k]$ — стоимость разбить первые n элементов на k отрезков. $p[n, k]$ — граница последнего из k отрезков. Нужно доказать, что $p[n - 1, k] \leq p[n, k] \leq p[n, k - 1]$. И при подсчёта очередного $p[n, k]$, пользуясь уже посчитанными $p[n - 1, k]$, $p[n, k - 1]$ перебирать только в диапазоне. Это $\mathcal{O}(n^2)$.
- Найти самый большой гар**

Решите её сами, это прикольно :)
- Лексикографически минимальный путь**

(а) $\mathcal{O}(VE)$: делаем слоистый `bfs`, в очереди лежат вершины, до которых расстояние ровно k и от начала одинаковый лексикографически минимальный путь.
(б) $\mathcal{O}(E \log V)$: для каждой вершины будем искать минимальный лексикографический путь до конца из этой вершины. Для вычисления требуется выбрать все переходы по минимальной букве, а далее уметь сравнивать строки. Заметим, что у каждой уже обработанной вершины есть однозначная следующая (куда надо идти), этот граф является деревом. Для сравнения строк нужно в этом дереве считать хеш на пути вверх, в дерево добавляются листья. Это всё можно делать двоичными подъемами с хешами.