

Вопросы к теоретическому зачёту группы А

Потоки

1. Потоки и разрезы: определения и примеры. Теорема и алгоритм Форда-Фалкерсона.
2. Декомпозиция потока. Алгоритмы за $O(E^2)$ и $O(VE)$.
3. Лемма о неубывании расстояния. Алгоритм Эдмондса-Карпа.
4. Алгоритм масштабирования потока.
5. Блокирующий поток. Алгоритм Диница.
6. Алгоритм Диница с масштабированием.
7. Алгоритм Диница для единичных сетей, алгоритм Хопкрофта-Карпа.
8. Поток и циркуляция минимальной стоимости.
9. $[L, R]$ -циркуляция, $[L, R]$ -поток, $[L, R]$ -max-поток.
10. **Паросочетания в двудольном графе (а) max размера и (б) min стоимости.**

Структуры данных

11. Дерево Фенвика: одномерное и многомерное.
12. Дерево отрезков: реализация снизу. Преимущества.
13. Динамическое дерево отрезков и Фенвика, сжатие координат.
14. Дерево отрезков сортированных массивов.
Задача о количестве точек внутри прямоугольника online за $O(\log^2 n)$.
15. Сумма весов точек, минимум весов точек в прямоугольнике за $O(\log^2 n)$.
16. Метод каскадов (fractional cascading). Count, sum, min за $O(\log n)$.
17. Персистентные структуры данных: персистентный массив, дерево отрезков, декартово дерево. Решение задачи о количестве точек внутри прямоугольника online за $O(\log n)$.
18. Решение задачи о числе различных на отрезке **в online** за $O(\log n)$.
19. Решение задачи о k -ой порядковой статистике на отрезке за $O(\log n)$.
20. Centroid decomposition, примеры задач. Ближайшая вершина цвета c_i , путь с суммой S .

Строки

21. Бор, автомат, суффиксный автомат.
22. Правые контексты: определения и основные свойства.
23. Алгоритм построения суффиксного автомата, корректность.
24. Доказательство времени работы алгоритма построения суффиксного автомата.
25. Оценка на число вершин и на число ребер в суффиксном автомате.
26. Сжатый бор: основные операции. Суффиксное дерево. Наивный алгоритм построения.
27. (AA) Алгоритм Укконена.

AA: FFT и Матроиды

28. Многочлены: схема Горнера, интерполяция. Комплексные числа: операции, модуль и аргумент, сопряжение, корни из 1.
29. Алгоритм Cooley-Tukey FFT (рекурсивный), преобразование бабочки. Итеративная реализация.

30. Обратное FFT. Два вещественных преобразования Фурье.
31. Поиск первообразного корня. FFT по простому модулю специального вида.
32. Определение матроида через независимые множества, примеры матроидов.
33. Базы матроидов. Аксиоматизация матроидов с помощью баз.
34. Прямая сумма матроидов, двойственный матроид.
35. Функция ранга. Теорема о полумодулярности ранга.
36. Взвешенный матроид. Алгоритм Радо-Эдмондса.
37. Пересечении матроидов, примеры. NP-полнота задачи о пересечении трех матроидов.
38. Граф замен. Алгоритм пересечения матроидов.
39. Лемма о единственном паросочетании в графе замен (без доказательства), лемма о единственности паросочетания, индуцированном кратчайшем путем в графе замен.
40. Теорема Эдмондса-Лоулера (равенство для рангов).
41. Задача об объединении матроидов, примеры. Объединение матроидов - матроид.
42. Проверка множества на независимость в объединении матроидов: сведение к задаче о пересечении матроидов.

A.ML: Machine Learning

43. Линейные модели. Задачи регрессии и классификации, их решение.
44. Переобучение. Оценка качества с помощью отложенной выборки.
45. Градиентный спуск. Стохастический градиентный спуск.
46. Признаки для текстов: наличие слов, частоты слов, tf-idf, n-граммы.
47. Матрицы и разреженные матрицы. Общие слова про Word2vec.
48. Решающие деревья. Алгоритм построения решающего дерева. Поиск порога.
49. Решающие леса. Идея градиентного бустинга.

Геометрия

50. Выпуклая оболочка в 2D: Jarvis за $O(nk)$, Andrew за $O(\text{sort} + n)$.
51. Пересечение полуплоскостей вида $y > kx + b (k > 0)$.
52. Двойственность между построением выпуклой оболочки и пересечением полуплоскостей.
53. Пересечение полуплоскостей за $O(n^2)$, за $O(nk)$.
54. Оно же в общем случае удвоением и выделением цикла. **Bounding box.**
55. Выпуклая оболочка в 3D. Алгоритм за $O(n^4)$.
56. Выпуклая оболочка в 3D. Алгоритм за $O(n^2)$.
57. Диаграмма Вороного. Определение, bounding box, построение за $O(n^2 \log n)$.
58. Диаграмма Вороного за $O(n^2)$. Доказательство через теорему Эйлера.
59. Триангуляция невыпуклого многоугольника за $O(n^2)$ времени и $O(n)$ памяти.
60. Выпуклый многоугольник: проверка принадлежности точки, пересечение прямой, построение касательных за $O(\log n)$.
61. Динамическая выпуклая оболочка: добавление точек, **lower_bound** в декартовом дереве, касательная к динамической выпуклой оболочке.
62. Динамическая выпуклая оболочка: добавление и удаление точек в online за $O(\log^3 n)$; **периметр/площадь за $O(1)$, касательная за $O(\log n)$.**