

Графы: основные определения

Граф — это совокупность объектов и связей между ними. Объекты называются **вершинами**, связи — **рёбрами** или **дугами**.

Кратные рёбра — рёбра между одной и той же парой вершин.

Петля — ребро, ведущее из вершины в неё саму.

Мультиграф — граф, в котором есть кратные рёбра.

Полный граф — граф, в котором между каждой парой вершин есть ребро. В полном графе из N вершин $\frac{N \times (N-1)}{2}$

Ориентированный граф — граф, каждое ребро которого имеет направление. Пример — односторонние дороги между перекрёстками.

Взвешенный граф — граф, каждому ребру которого присвоен некоторый вес. Пример — стоимость проезда между городами.

Степень вершины:

- в неориентированном графе — количество рёбер, входящих в вершину
- в ориентированном графе **полустепень исхода** — количество исходящих рёбер
- в ориентированном графе **полустепень захода** — количество входящих рёбер

Исток — вершина ориентированного графа, в которую не входит ни одного ребра.

Сток — вершина ориентированного графа, из которой не исходит ни одного ребра.

Лемма о рукопожатиях: число людей, сделавших нечётное количество рукопожатий, чётно.

Путь по рёбрам — последовательность $v_1, e_1, v_2, e_2, \dots, e_{k-1}, v_k$ вершин и соединяющих их рёбер, такая что ребро e_i соединяет вершины v_i и v_{i+1} . В ориентированном случае ребро e_i ведёт из вершины v_i в вершину v_{i+1} .

Связный граф — такой неориентированный граф, по рёбрам которого можно добраться, то есть существует путь по рёбрам, из любой вершины в любую другую.

Цикл — путь, ведущий из вершины в неё саму.

Подграф — подмножество вершин графа и все рёбра между вершинами, входящими в него.

Компонента связности — максимальный по включению связный подграф.

Мост — ребро, после удаления которого количество компонент связности увеличивается.

Точка сочленения — вершина, после удаления которой вместе со всеми входящими и исходящими рёбрами количество компонент связности увеличивается.

Дерево — граф, для которого выполнены любые два свойства из:

- граф связан
- в графе нет циклов
- количество рёбер на единицу меньше количества вершин

Способы хранения графов

Матрица смежности графа из n вершин — таблица $n \times n$, в которой элемент в строке i на позиции j содержит информацию о ребре из вершины i в вершину j , если такое ребро существует.

Плюсы:

- быстрый доступ к информации о ребре
- возможность хранить вес ребра

Минусы:

- занимает $O(n^2)$ памяти
- неудобно для хранения мультиграфов

Список рёбер графа из e рёбер — список вида $(u_1, v_1), (u_2, v_2), \dots, (u_e, v_e)$.

Плюсы:

- занимает мало места
- нет проблем с мультирёбрами

Минусы:

- неудобный доступ к конкретному ребру

Списки смежных вершин графа из e рёбер — список l_1, l_2, \dots, l_n , где

l_i — список вершин, смежных с вершиной i .

Плюсы:

- занимает мало места
- нет проблем с мультирёбрами

Минусы:

- неудобный доступ к конкретному ребру