

Теоретические вопросы к зачету

Параллель В, ЛКШ.2017.Август

Все вопросы с доказательствами (если не указано обратное)!

1 Графы

1. DFS. Дерево обхода, классификация вершин, рёбер. Отсутствие прямых и перекрёстных рёбер в неориентированном графе.
2. Поиск мостов и точек сочленения.
3. Поиск компонент сильной связности. Конденсация графа.
4. Построение минимального остовного дерева. Лемма о безопасном ребре.
5. Алгоритм Прима за $O(n^2)$ и $O(m \log n)$. Восстановление ответа.
6. Алгоритм Краскала за $O(m \log m)$ при помощи СМ.
6. СМ: ранговая эвристика. Оценка сложности $O(\log n)$ на запрос.
7. СМ: эвристика сжатия путей. Амортизированная оценка сложности $O(\log n)$ на запрос.
8. Реализация СМ “приливание меньшего массива к большему”, амортизированная оценка сложности $O(\log n)$ на запрос.
9. 0-1 BFS, 1- k BFS, 0- k BFS.
10. Алгоритм Дейкстры. Реализация за $O(n^2)$ и $O(m \log n)$. Восстановление ответа.
11. Алгоритм Форда-Беллмана. Реализация с $O(nm)$ памяти, с $O(n)$ памяти. Восстановление ответа. Нахождение всех вершин на расстоянии $-\infty$. Поиск отрицательного цикла за $O(nm)$.
12. Алгоритм Флойда. Реализация с $O(n^3)$ памяти, с $O(n^2)$ памяти. Восстановление ответа. Поиск отрицательного цикла.

2 Структуры данных

13. Задачи RMQ и RSQ, простейшие реализации.
14. Дерево отрезков (реализация сверху): структура, количество вершин и глубина. Операция построения ДО на отрезке.
15. Лемма о разбиении отрезка на $O(\log n)$ элементарных отрезков.
16. Операции вычисления суммы на отрезке, изменения в точке. Оценки сложности. Примеры для разных операций.
17. Групповые изменения, “ленивые” операции, push.
18. Sparse table.
19. Декартово дерево. Существование и единственность ДД для заданного набора пар ключей (для различных x и y). Построение по отсортированному набору пар за $O(n)$. Оценка высоты для случайных приоритетов (без доказательства).
20. Операции merge и split. Вставка и удаление элементов при помощи merge и split.
21. k -ая порядковая статистика в ДД.
22. ДД по неявному ключу: in-order нумерация вершин, сохранение порядка при merge и split, ДД как массив. Применение: циклический сдвиг строки на отрезке, нахождение k -го символа.
23. Групповые операции в ДД. Примеры: прибавление на отрезке, реверс на отрезке.
24. Дерево Фенвика. Запросы и изменения, оценка сложности. Двумерный, многомерный Фенвик.

3 Геометрия

25. Геометрические примитивы: точки/вектора, арифметика векторов. Скалярное и векторное произведение, определения и формулы в координатах. Длина вектора, нормирование вектора. Взаимное расположение векторов, вычисление ориентированного угла при помощи atan2 . Поворот вектора на угол (матрица поворота).

26. Представления прямой: уравнение $ax + by = c$, две точки, точка и направляющий вектор. Переход между различными представлениями. Расстояние от точки до прямой, от точки до отрезка, между отрезками.

27. Пересечение прямых. Пересечение отрезков.

28. Пересечение окружности и прямой, двух окружностей. Построение касательной из точки к окружности, общих касательных двух окружностей.

29. Многоугольник, площадь многоугольника (без доказательства). Проверка принадлежности точки многоугольнику за $O(n)$ — подсчёт числа точек пересечения с лучом и подсчёт суммы углов (без доказательства).

30. Принадлежность точки выпуклому многоугольнику за $O(\log n)$ с предобработкой за $O(n)$.

31. Выпуклая оболочка. Построение за $O(n \log n)$ (алгоритм Грэхема).

4 Динамическое программирование

32. Общая схема ДП: целевая функция, база, рекуррентное соотношение, порядок вычисления, восстановление ответа.

33. ДП по префиксам. Задачи НВП, НОП. Решение НВП за $O(n \log n)$.

34. ДП по подотрезкам: максимальная подпоследовательность-подпалиндром, количество подпалиндромов.

35. ДП по поддеревьям: количество связанных поддеревьев, максимальное независимое множество, максимальное взвешенное паросочетание.

36. ДП по цифрам: количество чисел от 0 до n с суммой цифр k .

37. ДП по подмножествам: максимальное паросочетание в произвольном графе, гамильтонов путь. Задача о рюкзаке: решение сложности $O(3^n)$ (перебор всех подмасок каждой маски), $O(n2^n)$.

38. ДП по изломанному профилю: количество замощений прямоугольника домино.

5 Строки

39. Задача поиска подстроки в строке, наивное решение.

40. Префикс-функция, алгоритм КМП, доказательство сложности.

41. Z-функция, применение к поиску подстроки, доказательство сложности.

42. Полиномиальное хеширование. Префиксные хеши, вычисление хеша для подстроки за $O(1)$. Применение к поиску подстроки в строке за $O(n + m)$, подсчету различных подстрок за $O(n^2 \log n)$. Парадокс дней рождений, подбор модуля.

43. Бор. Поиск строки в боре, добавление строки. Реализация с $O(n\alpha)$ памяти/ $O(1)$ на переход и $O(n)$ памяти/ $O(\log \alpha)$ на переход.

44. Несжатое суффиксное дерево, построение за $O(n^2)$. Применения — проверка принадлежности подстроки данной строке, количество различных подстрок за $O(n^2)$.

45. Суффиксные ссылки в боре. Построение за $O(S)$. Терминальные ссылки.

46. Алгоритм Ахо-Корасик: поиск подстрок из набора в тексте за линейное время $O(|S| + |T| + |ans|)$.

47. Детерминированные конечные автоматы (переход за неамортизированную сложность $O(1)$): автомат КМП и автомат Ахо-Корасик. Построение автомата за $O(n\alpha)$, n — количество вершин в боре.