1. Найдите наибольшую общую подстроку строк S_1, S_2, $\ldots$, S_k за время $O(\sum |S_i|)$.

2. Даны две строки S и T. Найдите количество различных строк, получающихся конкатенацией префикса S и суффикса T, за $O(|S| + |T|)$.

3. Постройте суффиксный массив по суффиксному автомату за $O(n)$.

4. Постройте за линейное время ациклиный автомат, принимающий все суффиксы строки S, число состояний в котором не превосходит $|S| + 3$.

5. Найдите строку из n символов, для которой суффиксный автомат содержит максимально возможное число состояний.

6. Для строки длины n из символов `a` и `b` построили суффиксный массив. Восстановите исходную строку по суффиксному массиву за $O(n \log n)$.

7. Дана строка s, за линейное время для всех i сравните лексикографически суффиксы $s[i \ldots n]$ и $s[i + 1 \ldots n]$.

8. Рассмотрим следующий алгоритм поиска наибольшей общей подстроки двух строк S и T: построим суффиксный автомат для каждой из строк, а затем для двух корней запустим рекурсивную функцию `dfs(a, b)`, которая для двух вершин разных автоматов вычисляет длину максимальной общей подстроки, если в первом автомате мы начинаем в вершине a, а во втором — в вершине b. Функция `dfs(a, b)` перебирает символ c, по которому есть переходы в обоих автоматах, и совершает рекурсивный вызов `dfs(go[a][c], go[b][c])`, выбирая максимум. В функции используется мемоизация (каждая пара посещается максимум один раз). За какую сложность такой алгоритм работает? Постройте тест, на котором эта асимптотика достигается.

9. *Сжатый бор* для набора строк — бор, в котором на ребре может быть написана некоторая строка, а не один символ, но при этом первые буквы исходящих строк всегда являются различными. *Суффиксным деревом* называется сжатый бор, содержащий все суффиксы данной строки, для этого пометки на ребрах сохраняются в виде подотрезка $[l, r]$ исходной строки. Предложите, как по суффиксному автомату построить суффиксное дерево для развернутой строки за линейное время.

10. *Произведением перестановок* p и q называется перестановка $r = p \cdot q$ такая, что $r_i = p_{q_i}$. Таким образом, для числа k можно определить k-ю степень перестановки как $p^k = p \cdot p \cdot \ldots \cdot p$. По данной перестановке p и числу k за полиномиальное от размера перестановки время найдите любую перестановку q, удовлетворяющую равенству $q^k = p$.

11. Решите уравнение в комплексных числах $\sin z = 2$.

12. Что происходит с массивом, если к нему два раза применить быстрое преобразование Фурье? Докажите вашу гипотезу.

13. Напомним, что модуль комплексного числа $z = a + b\,i$ определяется как $\sqrt{a^2 + b^2}$. Как меняется сумма квадратов модулей элементов массива, если к нему применить преобразование Фурье? Докажите вашу гипотезу.

14. Задан массив A различных целых положительных чисел, где $1 \leqslant A_i \leqslant X$. Найдите минимальное положительное m такое, что все $A_i \bmod m$ различны, за время $O(X \log X)$.

15. Дано число A длины n в десятичной записи. Получите его двоичную запись за время $O(n \log^2 n)$.

16. Рассмотрим строки, состоящие из букв `a` – `z`. *Полиномиальным хешем* строки s с основанием p по модулю m назовем значение $h(s) = \sum_{i=0}^{|s|-1} p^i \cdot \mathrm{ord}(s_i)$, где $\mathrm{ord}(a) = 1, \ldots, \mathrm{ord}(z) = 26$. Посчитайте количество строк длины n, имеющих полиномиальный хеш, равный H, за время $O(m \log m \log n)$.

17. Дано длинное число A длины n. Найдите сумму всех циклических сдвигов A за $O(n \log n)$.

18. Дано n карточек, на i-й карточке записаны числа $L_i, L_i + 1, \ldots, R_i$. *Интересным* назовем набор карточек, в котором были бы записаны все числа от 1 до M ровно по одному разу. Вычислите, сколькими способами можно выбрать интересный набор, если каждую карточку можно использовать не более одного раза.