ЛКШ.2021.Июль.10.День 11. Линейные рекурренты Берендеевы поляны, 28 июля 2021

Задача А. Хорошая матрица

Имя входного файла: стандартный ввод Имя выходного файла: стандартный вывод

Ограничение по времени: 6 секунд Ограничение по памяти: 256 мегабайт

Назовём матрицу, состоящую из нулей и единиц $xopome\ddot{u}$, если в ней нет двух единиц, соседних по стороне.

Назовём матрицу, состоящую из нулей и единиц, *связной*, если между любой парой нулей существует путь, не проходящий по единицам, каждые две клетки которого имеют общую сторону.

Сколько существует xopouux cosh x матриц из нулей и единиц, состоящих из n строк и m столбцов? Поскольку ответ может быть слишком большим, посчитайте его остаток по простому модулю p.

Формат входных данных

В единственной строке дано три целых числа n,m,p — количество строк, столбцов в матрице и число, по модулю которого нужно посчитать ответ $(2 \le n \le 11; 1 \le m \le 10^9; 2 \le p \le 10^9, p$ — простое).

Формат выходных данных

Выведите одно целое число — искомое количество матриц по модулю p.

стандартный ввод	стандартный вывод
2 2 998244353	5
4 1 998244353	4
4 5 998244353	2749

Задача В. Определитель

Имя входного файла: стандартный ввод Имя выходного файла: стандартный вывод

Ограничение по времени: 3 секунды Ограничение по памяти: 256 мегабайт

Дана матрица A из n строк и столбцов, в которой мало ненулевых значений. Посчитайте ее определитель по модулю 998 244 353.

Формат входных данных

В первой строке дано два целых числа n и k — размер матрицы и количество ненулевых элементов в ней $(1 \le n \le 2500, 1 \le k \le 7500)$.

В следующих k строках дано по три целых числа x_i, y_i, a_i — ячейка матрицы и значение в ней $(1 \le x_i, y_i \le n; 1 \le a_i < 998\ 244\ 353)$. Все перечисленные ячейки различны.

Формат выходных данных

Выведите одно целое число — значение определителя матрицы по модулю 998 244 353.

стандартный ввод	стандартный вывод
2 4	998244351
1 1 1	
1 2 2	
2 1 3	
2 2 4	
3 9	0
1 1 1	
1 2 2	
1 3 3	
2 1 2	
2 2 4	
2 3 6	
3 1 3	
3 2 6	
3 3 9	
1 1	5
1 1 5	

Задача С. Сумма на спирали

Имя входного файла: стандартный ввод Имя выходного файла: стандартный вывод

Ограничение по времени: 2 секунды Ограничение по памяти: 256 мегабайт

Рассмотрим квадратную таблицу $n \times n$ клеток, расположим в ней числа от 1 до n^2 по спирали, начиная с левого верхнего угла по часовой стрелке:

1	2	3	4
12	13	14	5
11	16	15	6
10	9	8	7

Рассмотрим все прямоугольники, которые можно вырезать из этой таблицы. Посчитаем сумму в каждом таком прямоугольнике. Выведите сумму этих сумм по всем прямоугольникам, по модулю 10^9+7 .

Формат входных данных

Ввод содержит число n ($1 \le n \le 10^6$).

Формат выходных данных

Выведите требуемую сумму по модулю $10^9 + 7$.

стандартный ввод	стандартный вывод
1	1
2	40
4	3784
100	201678938
1000000	11304059

Задача D. Подмногоугольник

Имя входного файла: стандартный ввод Имя выходного файла: стандартный вывод

Ограничение по времени: 2 секунды Ограничение по памяти: 256 мегабайт

Пусть P- (строго) выпуклый многоугольник, пусть V- множество вершин P, и пусть W- любое подмножество в V размера 3 или более. Тогда выпуклая оболочка множества W назовем подмногоугольником в P.

Например, пусть (0,0), (2,0), (3,3), (0,2) — вершины выпуклого многоугольника P. Этот многоугольник имеет пять подмногоугольников: сам многоугольник и четыре треугольника.

Вам дан специальный выпуклый многоугольник P из 4n вершин, все из которых имеют целочисленные координаты. Вычислите сумму площадей всех подмногоугольников в P.

Процедура генерации входного многоугольника P заключается в следующем. Вам дано целое число n. Рассмотрим квадрат с вершинами (n,0), (0,n), (-n,0), (0,-n). На границе этого квадрата ровно 4n точек с целочисленными координатами (включая четыре угла квадрата.) Начните с произвольной из этих 4n точек и обозначьте их от T[0] до T[4n-1] в порядке обхода против часовой стрелки.

Пусть P[0] — произвольная точка на плоскости. Для всех i от 1 до 4n установим P[i] = P[i-1] + T[i-1]. То есть, если P[i-1] имеет координаты (x_1, y_1) , а T[i-1] имеет координаты (x_2, y_2) , новая точка P[i] имеет координаты $(x_1 + x_2, y_1 + y_2)$.

Полигон P, который вы должны обработать, — это многоугольник с вершинами $P[0], P[1], \ldots, P[4n-1]$. Обратите внимание, что P всегда является простым выпуклым многоугольником, и что ответ, который вы должны вернуть, не зависит от выбора, который вы сделали во время построения. Также отметим, что описанный выше процесс устанавливает P[4n] в ту же точку, что и P[0].

Формат входных данных

Ввод содержит одно число $n \ (1 \le n \le 125\,000)$.

Формат выходных данных

Выведите сумму площадей всех подмногоугольников P. Выразите ответ в виде дроби A/B, где $\gcd(A,B)=1$. Пусть B^{-1} — число, обратное B по модулю 998244353. Выведите число AB^{-1} по модулю 998244353.

Примеры

стандартный ввод	стандартный вывод
1	3
2	1650
35	132946800

Замечание

В первом примере многоугольник P равен (0,0),(1,0),(0,1),(1,1). У него есть пять подмногоугольников: сам P имеет площадь 1, и у каждого из четырех треугольников площадь 1/2. Сумма этих площадей равна 3.

Задача Е. Ожерелье

 Имя входного файла:
 necklace.in

 Имя выходного файла:
 necklace.out

 Ограничение по времени:
 2 секунды

 Ограничение по памяти:
 256 мегабайт

Ювелир должен сделать эксклюзивное ожерелье для Королевы. Ожерелье должно состоять из серебряных, золотых и бронзовых бусинок, расположение которых строго специфицировано. Золотые бусинки одинаковые и могут использоваться взаимозаменяемо, аналогично обстоит дело с серебряными и бронзовыми бусинками. Ювелир подготовил бусины для работы и нанизал их на один длинный стержень. Теперь он готов собирать ожерелье снимая бусины одну за одной со стержня и нанизывая на шнурок с любой из сторон, а в завершение процесса соединяя два конца шнурка. Соединение будет незаметно, поэтому оно может быть между любыми двумя бусинами.

К несчастью, бусины на стержне могут не быть в том же порядке, в котором они появятся на ожерелье. Поэтому в процессе сборки ожерелья, ювелир может брать бусины со стержня и откладывать в сторону. Ювелир хочет минимизировать максимальное количество бусин, которые он отложит в сторону в процессе сборки ожерелья.

Формат входных данных

Первая строка ввода содержит одно целое число L ($1 \le L \le 1000$) — количество бусин в ожерелье. Следующая строка содержит строку из L букв (каждая из которых либо G, ли

Формат выходных данных

Вывод должен содержать одну строку — минимально возможное максимальное количество бусин, которые ювелир отложит в сторону в процессе сборки ожерелья.

necklace.in	necklace.out
8	3
GSGSGSGS	
SSSSGGG	
8	0
SSSGGGBB	
GSGSGSBB	

Задача F. Генератор случайных чисел

Имя входного файла: стандартный ввод Имя выходного файла: стандартный вывод

Ограничение по времени: 7 секунд Ограничение по памяти: 256 мегабайт

Одним из возможных способов написать генератор случайных чисел являются линейные рекурренты.

Рассмотрим следующую линейную рекурренту:

 $A_i = (A_{i-1}C_1 + A_{i-2}C_2 + \ldots + A_{i-k}C_k) \bmod 104857601$, где $i \geqslant k+1$

Вам даны начальные значения A_1, A_2, \ldots, A_k , а также коэффициенты рекурренты C_1, C_2, \ldots, C_k . Вычислите A_n , для заданного n.

Формат входных данных

В первой строке дано число k ($1 \le k \le 30\,000$), и число n ($1 \le n \le 10^9$).

Вторая строка содержит ровно k чисел: A_1, A_2, \ldots, A_k ($0 \leqslant A_i < 104857601$).

В третьей строке записаны ровно k чисел: C_1, C_2, \ldots, C_k ($0 \leqslant C_i < 104857601$).

Формат выходных данных

Выведите одно число — ответ на задачу.

стандартный ввод	стандартный вывод
3 5	139
1 2 3	
4 5 6	