

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |

1. Здесь и далее считаем, что мы работаем по модулю  $P$ , который можно использовать для FFT. По двум заданным последовательностям чисел  $a_i$  и  $b_i$  ( $i = 0..n$ ) найдите их *биномиальную свертку*:  $c_i = \sum_{j=0}^i \binom{i}{j} a_j b_{i-j}$  за  $O(n \log n)$ .
2. Пусть заданы значения многочлена  $A(x)$  степени  $n$  для всех  $x = 0, 1, \dots, n$ . Для заданного числа  $t > n$  вычислите  $A(t)$  за  $O(n)$ .
3. Даны две строки  $S$  и  $T$  над алфавитом  $\{A, C, G, T\}$  ( $|S| \geq |T|$ ), а также число  $k$ . Скажем, что  $T$  «почти входит» в  $S$  на позиции  $i$ , если для каждого символа  $T[j]$  есть совпадающий символ в  $S[i + j - k \dots i + j + k]$ . Найдите все позиции «почти вхождения»  $T$  в  $S$  за  $O(|S| \log |S|)$ .
4. Дан массив  $a$  и число  $x$ . Найдите количество подотрезков  $a$ , в которых ровно  $k$  чисел, меньших  $x$ , для всех  $k$  от 0 до  $n$  за  $O(n \log n)$ .
5. Дан массив  $a$  и простое число  $Q$  порядка  $10^6$ . Для каждого  $x$  от 0 до  $P - 1$  найдите количество пар  $(i, j)$ , что  $a_i \times a_j = x \pmod{Q}$  за  $O(Q \log Q)$ .
6. Дано множество чисел  $A$ . Посчитайте количество последовательностей длины  $n$ , состоящих из чисел, принадлежащих  $A$ , таких, что их сумма по модулю  $m = 2^t$  равна  $k$  для всех  $k$  от 0 до  $m - 1$ . Время  $O(m(\log n + \log m))$ .
7. Покажите, что если делать splay просто каждый раз делая zig, то есть последовательность из  $n$  операций, которая работает дольше  $O(n \log n)$ .
8. Пусть в splay дереве хранятся числа от 1 до  $n$ . Покажите, что если делать операцию find по порядку для всех чисел от 1 до  $n$ , то суммарное время работы будет  $O(n)$ .
9. Дан массив целых чисел. Нужно отвечать на два запроса: изменить число, а также для заданных  $l, r, x$  на отрезке  $[l, r]$  найти самую длинную подпоследовательность вида  $x, x+1, \dots, y-1, y$ .
10. Дан неориентированный граф, в котором  $n$  вершин и  $m$  рёбер. Нужно оффлайн для запросов  $[l, r]$  находить количество компонент связности, которое получится, если оставить в графе рёбра с номерами от  $l$  до  $r$ . Время работы  $O((q + m) \log n)$ .