

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11

1. Есть строка s длины ≤ 500 , а также ≤ 100 слов, у каждого из которых есть стоимость w_i . В s можно выбрать несколько подстрок, каждая из которых является словом из словаря, за это мы получаем w_i очков. Подстроки могут пересекаться, для одного и того же слова можно выделить несколько разных вхождений (одну подстроку можно выбрать максимум один раз). Должно быть так, чтобы каждый индекс в строке покрыт не более, чем x выбранными подстроками. Максимизируйте количество баллов.
2. Дано множество вертикальных отрезков. Проверьте, существует ли прямая, пересекающая все отрезки за $O(n)$.
3. Бордером строки s называется такая строка t , что t является и префиксом, и суффиксом s . Дана строка w , посчитаем суммарное число бордеров у всех подстрок w . Найдите это количество за $O(n)$.
4. Дано две строки s и t . Посчитайте, сколько различных строк можно получить путем конкатенации произвольной подстроки s и произвольной подстроки t .
5. Постройте суффиксный массив по суффиксному автомату за $O(n)$.
6. Постройте за линейное время ациклический автомат, принимающий все суффиксы строки S , число состояний в котором не превосходит $|S| + 3$.
7. Рассмотрим следующий алгоритм поиска наибольшей общей подстроки двух строк S и T : построим суффиксный автомат для каждой из строк, а затем для двух корней запустим рекурсивную функцию $\text{dfs}(a, b)$, которая для двух вершин разных автоматов вычисляет длину максимальной общей подстроки, если в первом автомате мы начинаем в вершине a , а во втором — в вершине b . Функция $\text{dfs}(a, b)$ перебирает символ c , по которому есть переходы в обоих автоматах, и совершает рекурсивный вызов $\text{dfs}(\text{go}[a][c], \text{go}[b][c])$, выбирая максимум. В функции используется мемоизация (каждая пара посещается максимум один раз). За какую сложность такой алгоритм работает? Постройте тест, на котором эта асимптотика достигается.
8. Дано 2 выпуклых многоугольника, в каждом из которых не больше n вершин. За время $O(n)$ постройте общие внешние и внутренние касательные к этим многоугольникам.
9. Дано два выпуклых многоугольника из n вершин, определите, можно ли их передвинуть параллельным переносом так, чтобы площадь их пересечения была равна S ? Решить быстрее, чем за n^2 .
10. Пусть $d_1, d_2, \dots$ — длины кратчайших путей, найденных алгоритмом Форда-Беллмана в остаточной сети для задачи потока минимальной стоимости. Докажите, что $d_1 \leq d_2 \leq \dots$.
11. Коля выбирает, как ему провести ближайшие $n \leq 1000$ дней. В каждый из дней он будет либо спать, либо писать контест. Если в i -й день он будет спать, то получит s_i единиц удовольствия, а если он будет писать контест, то c_i единиц удовольствия. Также есть ограничение: среди любых k подряд идущих дней он должен хотя бы m_s дней поспать, и m_c раз написать контест. Какое максимальное удовольствие может получить Коля?