

★

1. Недавно Саске решил вернуться в Коноху после длительной командировки и в качестве подарков решил преподнести жителям деревни леденцы. У него есть n различных типов леденцов и он собирается подарить их m жителям Канохи. Каждого леденца у него очень большое количество (можно считать за бесконечность). Он хочет сделать подарки так, чтобы каждый житель Конохи получил только различные леденцы и каждый тип леденца был подарен хотя бы 1 человеку. Найдите количество способов подарить леденцы по модулю $10^9 + 7$. Решите за $O(\log n)$.
2. На обеденном перерыве Ягами Лайт задумался, а сколько положительных делителей у числа $N!$ по модулю $10^9 + 7$. $N \leq 3000$.

★ ★

3. Сайтаме приснилась функция от множества $F(X) = \max(F) - \min(F)$, где $\max(F)$ - максимальный элемент множества, а $\min(F)$ - минимальный элемент множества. Теперь он захотел исследовать эту функцию на его любимом массиве из n элементов. Он хочет посчитать сумму $F(X)$ по всем подмножествам массива из K элементов по модулю $10^9 + 7$. Его массив довольно большой ($N \leq 10^5$) поэтому он хочет научиться решать задачу довольно быстро.
4. Лuffи узнал, что все острова можно представить в виде "горок". "Горка" массив из n элементов, где каждый элемент - целое число от 1 до m . В каждой "горке" существует ровно одна пара одинаковых элементов и такой индекс i , что до него элементы строго возрастают, а после него строго убывают. Лuffи стало интересно, сколько существует различных горок по модулю 998244353.

★ ★ ★

5. В классе превосходства идёт урок алгебры. На доске выписана строка S ($|S| \leq 2 \cdot 10^5$). Киётака задумался, что будет, если между цифрами расставить знаки сложения? По всем способам расставить между цифрами знаки сложения ($2^{|S|-1}$) он хочет вычислить сумму полученного арифметического выражения. Вычислите эту сумму по модулю 998244353. Значение арифметического выражения из одного числа равняется этому числу.
6. Акселератору понадобилось посчитать различное количество способов получить строку S ($|S| \leq 5000$) как результат выполнения $K \leq 5000$ операций. Для этого он может выполнять следующие операции: нажать кнопку 0 (в результате чего на экране в конце строки напечатается 0), нажать кнопку 1 (в результате чего на экране в конце строки напечатается 1), нажать кнопку *del* в результате чего последний напечатанный символ удалится (если такого нет, то ничего не происходит). Посчитайте количество способов получить строку S , стартовав с пустой строкой по модулю $10^9 + 7$.

★ ★ ★ ★

7. *insert your waifu name here* нашла массив из $n \leq 5000$ чисел и последовательность из $m \leq 5000$ пар чисел u, v ($1 \leq u < v \leq n$). m пар задают операции вида: поменяйте местами элементы массива на позициях u и v . *insert your waifu name here* хочет узнать сумму количества инверсий после выполнения операций (в заданной порядке) в результирующих массивах по всем способам оставить какое-то подмножество этих операций (2^m способов). Найдите ответ по модулю $10^9 + 7$.
8. Любой школьник знает, что X, Y, Z -haiku - это массив, такой в котором существуют индексы $i < j$, такие, что $a_1 + a_2 \dots + a_i = X$, $a_{i+1}, a_{i+2} \dots + a_j = Y$ и $a_{j+1}, a_{j+2} \dots + a_n = Z$. $1 \leq X, Z \leq 5$. $1 \leq Y \leq 7$. Хикигая, как член клуба, решил помочь своему другу и посчитать количество массивов из элементов от 1 до 10 длины $N \leq 40$, которые содержат в себе X, Y, Z -haiku как подмассив (последовательный отрезок). Помогите ему найти ответ по модулю $10^9 + 7$.



9. Чтобы накопить деньги на гитару, Юи Хирасава решила начать подрабатывать на платформе, которую можно перевести как "ТолпаСилы". Ей попалась задача, в которой нужно посчитать количество кортежей из последовательностей (A_0, A_1, \dots, A_n) по модулю $2 \leq M \leq 10^9$, которые удовлетворяют следующим ограничениям:

- Для каждого i , A_i - последовательность из i элементов, каждый из которых - целое число от 1 до K ($2 \leq K \leq 300$).
- Для каждого $i > 0$, A_{i-1} - подпоследовательность A_i .
- Для каждого $i > 0$, A_i лексикографически больше A_{i-1} .

Помогите ей с данной задачей.

10. Кагуя, Фудзивара и Миюки играют в карточную игру. Вначале игры у Кагуи есть $N \leq 10^5$ карт, у Фудзивары есть $M \leq 10^5$ карт, а у Миюки есть $K \leq 10^5$ карт. На каждой карте написано имя одного из трех игроков. Игроки поочередно вытягивают карты с верха своей колоды и первой ходит Кагуя. Следующий ход выполняет тот игрок, чье имя было написано на вытянутой карте. Если в какой-то момент игры колода какого-то игрока опустела, то он объявляется победителем. Скажите сколько из $3^{(N+M+K)}$ возможных комбинаций имен на картах игроков приводят к победе Кагуи. Найдите ответ по модулю $10^9 + 7$.