

Задача А. Произведение матриц

Имя входного файла: `mmul.in`
Имя выходного файла: `mmul.out`
Ограничение по времени: 2 секунды
Ограничение по памяти: 256 мегабайт

Произведением матриц A и B размера $p \times q$ и $q \times r$, соответственно, называется матрица C размера $p \times r$, элементы которой вычисляются по формуле:

$$C_{i,j} = \sum_{k=1}^q A_{i,k} \cdot B_{k,j}$$

По данным матрицам A и B найдите их произведение.

Формат входных данных

В первой строке входного файла заданы через пробел три целых числа p , q и r ($1 \leq p, q, r \leq 100$). В следующих p строках записана матрица A ; каждая из этих строк содержит q целых чисел, разделённых пробелами. Наконец, в последних q строках записана матрица B ; каждая из этих строк содержит r целых чисел, разделённых пробелами. Элементы матриц не превосходят 100 по абсолютной величине.

Формат выходных данных

В выходной файл выведите матрицу C : p строк, в каждой из которых r чисел через пробел.

Примеры

<code>mmul.in</code>	<code>mmul.out</code>
2 2 2 1 0 0 1 1 0 0 1	1 0 0 1
1 3 1 1 2 3 -1 -2 -3	-14
3 2 4 0 1 1 0 0 1 2 1 0 0 1 1 2 1	1 1 2 1 2 1 0 0 1 1 2 1

Задача В. Степень матрицы

Имя входного файла: `mpow.in`
Имя выходного файла: `mpow.out`
Ограничение по времени: 5 секунд
Ограничение по памяти: 256 мегабайт

Задана квадратная матрица $n \times n$. Нужно возвести ее в степень m

Формат входных данных

В первой строке задано три целых числа n , m и p ($1 \leq n \leq 100$, $0 \leq m \leq 10^{18}$, $2 \leq p \leq 10^9$).
Далее задана матрица: n строк по n целых чисел. Все числа в матрице неотрицательны и меньше p .

Формат выходных данных

Выведите матрицу: n строк по n чисел, каждое число — остаток от деления элемента на p

Примеры

<code>mpow.in</code>	<code>mpow.out</code>
3 5 239 1 0 1 1 2 0 3 2 1	120 92 56 102 84 46 21 204 120
5 10 27 1 2 3 4 5 5 4 3 2 1 11 12 13 14 15 15 14 13 12 11 1 11 1 11 1	2 5 7 10 12 16 19 26 2 9 5 9 26 3 20 19 23 18 22 17 12 22 9 19 6

Задача С. Линейные уравнения по модулю

Имя входного файла: стандартный ввод
Имя выходного файла: стандартный вывод
Ограничение по времени: 1 секунда
Ограничение по памяти: 256 мегабайт

Система линейных уравнений по простому модулю $p = 998244353$, как всем известно, есть множество уравнений

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + \dots + a_{1n}x_n &= b_1 \pmod{p} \\ &\dots \\ a_{n1}x_1 + \dots + a_{nn}x_n &= b_n \pmod{p} \end{aligned}$$

Ваша задача — решить её.

Формат входных данных

В первой строке входного файла записано одно целое число n ($1 \leq n \leq 20$). В следующих n строках записано по $n+1$ целых чисел: $a_{i1}, \dots, a_{in}, b_i$. Все эти числа от 0 до 998244352 включительно.

Формат выходных данных

Первая строка выходного файла должна содержать одно из следующих сообщений:

- `impossible` — решений нет
- `multiple` — больше одного решения.
- `single` — единственное решение. В этом случае вторая строка должна содержать n чисел x_1, \dots, x_n , разделенных пробелами. Решение должно быть выведено с точностью не менее трех знаков после десятичной точки.

Примеры

стандартный ввод	стандартный вывод
3 1 0 0 1 0 1 0 2 0 0 1 3	single 1 2 3
3 3 0 1 2 1 2 2 0 4 2 3 2	multiple
3 3 1 4 4 0 1 3 3 3 2 7 11	impossible

Задача D. Обобщенные числа фибоначчи

Имя входного файла: `fibonacci.in`
Имя выходного файла: `fibonacci.out`
Ограничение по времени: 2 секунды
Ограничение по памяти: 256 мегабайт

Мы чуть-чуть обобщили для вас последовательность Фибоначчи, теперь:

$$f_1 = f_2 = 1$$

$$f_i = a \cdot f_{i-1} + b \cdot f_{i-2} + c \cdot 2^i + d \cdot i + e, \text{ для } i > 2$$

Дано n , найдите значение f_n , взятое по модулю $10^9 + 7$.

Формат входных данных

Неотрицательные целые числа: a, b, c, d, e, n . ($0 \leq a, b, c, d, e \leq 10^9$; $1 \leq n \leq 10^{18}$)

Формат выходных данных

Выведите f_n , взятое по модулю $10^9 + 7$.

Примеры

<code>fibonacci.in</code>	<code>fibonacci.out</code>
1 1 0 0 0 8	21
1 2 3 4 5 6	775

Задача Е. Гладкие числа

Имя входного файла: `smooth.in`
Имя выходного файла: `smooth.out`
Ограничение по времени: 2 секунды
Ограничение по памяти: 256 мегабайт

Назовем число гладким, если его соседние цифры по модулю различаются не более чем на 1. Для данного N определите количество имеющих длину N .

Формат входных данных

На вход программы поступает количество цифр $N \leq 10^9$.

Формат выходных данных

Выведите ответ по модулю $10^9 + 7$.

Примеры

<code>smooth.in</code>	<code>smooth.out</code>
1	9

Задача F. ПСП для бедных

Имя входного файла: `rbs.in`
Имя выходного файла: `rbs.out`
Ограничение по времени: 2 секунды
Ограничение по памяти: 256 мегабайт

В новом году Миша решил создать новую традицию: каждый день он будет украшать свой дом изготовленной на заказ правильной скобочной последовательностью, состоящей из n пар круглых скобок. Разумеется, ни в какой из дней Миша не будет покупать последовательность, которую он уже покупал ранее.

Система ценообразования в компании, изготавливающей правильные скобочные последовательности, довольно необычная: цена скобочной последовательности в евро равна максимальной глубине вложенности скобок в ней. Иными словами, стоимость последовательности в евро равна максимальной разности количества открывающих и закрывающих скобок на каком-либо ее префиксе.

Миша решил, что готов тратить не более k евро на каждую из последовательностей. Помогите ему определить, сколько дней сможет длиться новая традиция. Иными словами, посчитайте количество правильных скобочных последовательностей из n пар скобок, глубина вложенности которых не превосходит k . Так как это число может быть очень большим, выведите его остаток от деления на $10^9 + 7$.

Формат входных данных

Единственная строка входных данных содержит два целых числа k и n — максимальная допустимая глубина вложенности и количество пар скобок в последовательности ($1 \leq k \leq 50$, $1 \leq n \leq 10^{18}$, $k \leq n$).

Формат выходных данных

Выведите одно число — количество правильных скобочных последовательностей из n пар скобок, глубина вложенности которых не превосходит k , по модулю $10^9 + 7$.

Примеры

<code>rbs.in</code>	<code>rbs.out</code>
2 3	4

Замечание

В тесте из условия Мише подойдут все правильные скобочные последовательности из 3 пар скобок, кроме «((()))», стоимость которой составляет 3 евро.

Задача G. Симпатичные узоры наносят ответный удар

Имя входного файла: nice3.in
Имя выходного файла: nice3.out
Ограничение по времени: 3 секунды
Ограничение по памяти: 256 мегабайт

Компания BrokenTiles планирует заняться выкладыванием во дворах у состоятельных клиентов узор из черных и белых плиток, каждая из которых имеет размер 1×1 метр. Известно, что дворы всех состоятельных людей имеют наиболее модную на сегодня форму прямоугольника $n \times m$ метров.

Однако при составлении финансового плана у директора этой организации появилось целых две серьезных проблемы: во первых, каждый новый клиент очевидно захочет, чтобы узор, выложенный у него во дворе, отличался от узоров всех остальных клиентов этой фирмы, а во вторых, этот узор должен быть симпатичным.

Как показало исследование, узор является симпатичным, если в нем нигде не встречается квадрата 2×2 метра, полностью покрытого плитками одного цвета.

Для составления финансового плана директору необходимо узнать, сколько клиентов он сможет обслужить, прежде чем симпатичные узоры данного размера закончатся. Помогите ему!

Формат входных данных

На первой строке входного файла находятся два натуральных числа n и m . $1 \leq n \leq 10^{100}$, $1 \leq m \leq 5$, $1 \leq p \leq 10000$.

Формат выходных данных

Выведите в выходной файл единственное число — количество различных симпатичных узоров, которые можно выложить во дворе размера $n \times m$ по модулю p . Узоры, получающиеся друг из друга сдвигом, поворотом или отражением считаются различными.

Примеры

nice3.in	nice3.out
2 2 20	14
3 3 7	0

Задача Н. Математизация

Имя входного файла: стандартный ввод
Имя выходного файла: стандартный вывод
Ограничение по времени: 5 секунд
Ограничение по памяти: 256 мегабайт

Наступила ночь, но ваш верный слуга не спит и продолжает пытаться выучить теорию следующей лекции. На этот раз лекция будет математической, и Андрею нужно решить очередную задачу. Дано n натуральных чисел a_1, a_2, \dots, a_n . Нужно реализовать две операции:

1) $1\ l\ r\ x$ - прибавить натуральное x числам на отрезке с a_l по a_r .

2) $2\ l\ r$ - найти сумму $f(a_l) + f(a_{l+1}) + \dots + f(a_r)$, где $f(x)$ - это x -е число фибоначчи, но сумма может оказаться слишком большой для возможностей мозга Андрея, так что нужно вывести его по модулю $10^9 + 7$.

Считаем, что $f(1) = 1, f(2) = 1, f(x) = f(x-1) + f(x-2)$, для $x > 2$. Помогите Андрею ответить на вопросы задачи.

Формат входных данных

В первой строке содержатся два числа n и m ($1 \leq n \leq 100000, 1 \leq m \leq 100000$) - количество чисел и количество запросов соответственно.

В следующей строке содержатся n целых чисел a_1, a_2, \dots, a_n .

Следующие m строк описывают запросы. В каждой из них находятся числа tp_i, l_i, r_i и, возможно, x_i ($1 \leq tp_i \leq 2, 1 \leq l_i \leq r_i \leq n, 1 \leq x_i \leq 10^9$), ($tp_i = 1$ соответствует запросу первого типа, $tp_i = 2$ - второго).

Гарантируется, что во входных данных будет присутствовать хотя бы один запрос второго типа.

Формат выходных данных

Для каждого запроса второго типа в отдельной строке выведите ответ на запрос по модулю $10^9 + 7$.

Пример

стандартный ввод	стандартный вывод
5 4	5
1 1 2 1 1	7
2 1 5	9
1 2 4 2	
2 2 4	
2 1 5	