

Задача А. Факторизация

Имя входного файла: pollard.in
Имя выходного файла: pollard.out
Ограничение по времени: 3 секунды
Ограничение по памяти: 256 мегабайт

Дано натуральное число. Факторизуйте его, то есть представьте в виде произведения набора простых чисел. Число p называется простым, если имеет ровно два различных натуральных делителя: 1 и p .

Формат входных данных

В единственной строке записано единственное натуральное число N . $2 \leq N \leq 9 \cdot 10^{18}$.

Формат выходных данных

Выведите в неубывающем порядке одно или несколько простых чисел, произведение которых равно N .

Примеры

pollard.in	pollard.out
6	2 3
7	7

Задача В. Крайчик и факторизация

Имя входного файла: стандартный ввод
Имя выходного файла: стандартный вывод
Ограничение по времени: 2 секунды
Ограничение по памяти: 256 мегабайт

Дано натуральное число n , которое является произведением двух случайных простых.
Вам нужно найти эти два простых.

Формат входных данных

Во входном файле записано единственное число n ($6 \leq n \leq 2.9 \cdot 10^{30}$)

Формат выходных данных

Выведите любой один простой делитель n .

Примеры

стандартный ввод	стандартный вывод
6	2
187	17
25295820419	197203
1966979996793858097	1939805921
1934189026183600580721953	1828527358649

Задача С. Большие протые числа

Имя входного файла: стандартный ввод
Имя выходного файла: стандартный вывод
Ограничение по времени: 1 секунда
Ограничение по памяти: 256 мегабайт

Найдите все простые в диапазоне $[A..B]$.

Формат входных данных

Даны $1 \leq A \leq B \leq 10^{12}$. Дополнительно известно $|B - A| \leq 10^6$.

Формат выходных данных

В строку все простые числа из диапазона в порядке возрастания.

Пример

стандартный ввод	стандартный вывод
60 80	61 67 71 73 79

Задача D. Простой квадратный корень

Имя входного файла: стандартный ввод
Имя выходного файла: стандартный вывод
Ограничение по времени: 1 секунда
Ограничение по памяти: 256 мегабайт

Даны числа a и p , $0 \leq a < p \leq 10^9$, p – простое. Требуется найти квадратный корень из a по модулю p .

Формат входных данных

Входной файл состоит из одного или нескольких тестов. Количество тестов $T \leq 300$ задано в первой строке. В T последующих строках заданы по два числа в каждой – a и p .

Формат выходных данных

Для каждого из тестов выведите какой-либо из квадратных корней из a по модулю p , либо сообщение IMPOSSIBLE, если квадратного корня не существует. Выводимое число должно быть в пределах от 0 до $p-1$.

Пример

стандартный ввод	стандартный вывод
2	2
1 3	1
1 2	

Задача Е. Дискретное логарифмирование

Имя входного файла: `logging.in`
Имя выходного файла: `logging.out`
Ограничение по времени: 2 секунды
Ограничение по памяти: 256 мегабайт

Дано простое число P и целые числа B и N , лежащие в пределах от 2 до $P - 1$. Вычислите дискретный логарифм числа N по основанию B по модулю P , то есть наименьшее целое неотрицательное L , для которого $B^L \equiv N \pmod{P}$.

Формат входных данных

Ввод состоит из нескольких строк (не более 20), в каждой из которых находятся простое число P и целые числа B и N , разделённые пробелом ($1 \leq B, N < P < 2^{31}$).

Формат выходных данных

Для каждой строки ввода выведите дискретный логарифм в отдельной строке. Если дискретного логарифма для теста не существует, в соответствующей строке выведите «no solution».

Примеры

<code>logging.in</code>	<code>logging.out</code>
5 2 3	3
1000000007 4 256	4
1000000007 4 512	250000006
19 4 18	no solution
19 18 4	no solution

Задача F. Обратное по модулю

Имя входного файла: стандартный ввод
Имя выходного файла: стандартный вывод
Ограничение по времени: 1 секунда
Ограничение по памяти: 256 мегабайт

Даны два целых числа — a, m ($0 \leq a < m$).

Нужно найти такое целое x , что $ax \equiv 1 \pmod m$

Формат входных данных

На первой строке два целых числа — a, m ($0 \leq a < m \leq 10^{18}$).

Формат выходных данных

Если такого x не существует, выведите -1 . Иначе выведите целое x ($0 \leq x < m$). Если ответов несколько, выведите любой.

Пример

стандартный ввод	стандартный вывод
7 30	13

Задача G. Euclid

Имя входного файла: стандартный ввод
Имя выходного файла: стандартный вывод
Ограничение по времени: 1 секунда
Ограничение по памяти: 256 мегабайт

Даны k , m , r , найдите целое x от 1 до r такое, что $(k \cdot x) \bmod m$ минимально.

Формат входных данных

Мульти тест. От 1 до 10^5 тестов. На каждой строке тройка $k m r$.
 $2 \leq m \leq 10^9$, $1 \leq k < m$, $1 \leq r \leq m$.

Формат выходных данных

Для каждого теста два числа – значение $(k \cdot x) \bmod m$ и сам x .
Если оптимальных x -ов несколько, выведите минимальный.

Пример

стандартный ввод	стандартный вывод
1 3 2	1 1
1 4 4	0 4
7 8 7	1 7
2 6 2	2 1
3 6 3	0 2
7 9 8	1 4
9 10 8	2 8
2 3 2	1 2
8 9 4	5 4

Задача Н. Новые приключения Евклида

Имя входного файла: стандартный ввод
Имя выходного файла: стандартный вывод
Ограничение по времени: 1 секунда
Ограничение по памяти: 256 мегабайт

Даны a , k , m , r , найдите целое x от 0 до r такое, что $(a + k \cdot x) \bmod m$ минимально.

Формат входных данных

Мульти тест. От 1 до 10^5 тестов. На каждой строке четвёрка $a k m r$.
 $2 \leq m \leq 10^9$, $0 \leq a < m$, $1 \leq k < m$, $1 \leq r \leq m$.

Формат выходных данных

Для каждого теста два числа – значение $(a + k \cdot x) \bmod m$ и сам x .
Если оптимальных x -ов несколько, выведите минимальный.

Пример

стандартный ввод	стандартный вывод
1 4 5 5	0 1
0 7 9 2	0 0
2 3 6 5	2 0
1 1 2 2	0 1
5 1 6 4	0 1
4 3 5 1	2 1
2 2 8 4	0 3
1 7 10 6	1 0
1 2 7 2	1 0
2 2 3 2	0 2